4. Vertheilung der Geburten und Sterbefälle

auf die Monate nach den Daten aus sämmtlichen Kantonen ausser Freiburg, Tessin (welches diese Unterscheidung erst seit 1869 macht, dessen Resultate wir aber nicht berücksichtigt haben) und Genf.

Geborne.

	Total der Gebornen.	Auf 10,000 wurden geboren	Alle Monat zu 30 Tagen angenommen.	Von 12,000 Individuen wurden somit geboren
Im Januar	17,675	839	17,105	987
» Februar	16,968	805	18,180	1,049
» März	18,649	885	18,047	1,042
» April	18,047	857	18,047	1,042
» Mai	18,324	870	17,773	1,023
» Juni	17,029	808	17,029	983
» Juli	18,113	860	17,529	1,012
» August	17,568	834	17,061	981
» September	17,499	831	17,499	1,010
» Oktober	17,324	822	16,765	968
» November	17,186	816	17,186	992
» Dezember	16,299	773	15,773	910
Total:	210,681	10,000	207,894	12,000

Gestorbene.

	Total der Gestorbenen.	Auf 10,000 starben	Alle Monat zu 30 Tagen angenommen starben	Von 12,000 Individuen starben somit
Im Januar	15,153	914	14,664	1,076
» Februar	13,713	828	14,693	1,078
» März	16,190	977	15,637	1,148
» April	16,071	970	16,071	1,180
» Mai	14,208	857	13,750	1'009
» Juni	12,986	783	12,981	952
» Juli	13,092	790	12,659	903
» August	12,739	769	12,328	917
» September	11,984	723	11,984	880
» Oktober	12,185	735	11,792	878
» November	12,963	782	12,963	952
» Dezember	14,456	872	13,990	1,028
Total:	165,740	10,000	163,517	12,000

5. Alter der Gestorbenen

nach den Angaben sämmtlicher Kantone (ausser Freiburg, Tessin, Wallis und Genf) aus den Jahren 1867—69.

Es starben:

Im Alter von:	Männlich.	Von 84,473 Individuen bekannten Alters starben Prozent.	Weiblich.	Von 78,903 Individuen bekannten Alters starben Prozent.
Unter 1 Jahr	28,384	33,6	22,200	28,1
2— 5 Jahren	7,032	8,3	6,593	8,3
6— 10 »	2,241	2,7	2,278	2,9
11— 15 »	1,016	1,2	1,099	1,4
16— 20 »	1,378	1,7	15,644	2
21— 30 »	3,957	4,7	4,193	5,3
31— 40 »	4,270	5,1	4.850	6,2
41— 50 »	5,420	6,4	5,251	6,7
51— 60 »	7,540	9	7,090	9
61— 70 »	10,394	12,3	11,020	14
71— 80 »	9,234	10,9	9,339	11,9
81— 90 »	3,391	4	3,239	4,1
91- 100 »	213	—	191	—
Ueber 100 Jahren	3	—	4	—
Unbekannt	322	—	257	—
Total:	84,795	100,0	79,160	100,0

6. Heirathsalter

nach den Angaben von 19 Kantonen (ohne Obwalden, Freiburg, Schaffhausen, Tessin, Wallis und Genf) aus den Jahren 1867—69.

Es heiratheten von denjenigen Personen, deren Alter bekannt:

Im Alter von:	Männlich.	Prozent.	Weiblich.	Prozent.
Unter 20 Jahren	783	1,8	4,341	9,7
20—25 »	11,547	25,7	16,959	37,8
26—35 »	22,112	49,3	17,520	39
36—50 »	8,369	18,7	5,449	12,2
Ueber 50 »	2,054	4,5	575	1,3
Total:	44,865	100	44,844	100

Das Gesetz der inneren Bevölkerungsbewegung und dessen Berechnung.

Von Hrn. Dr. **Adolf Vogt** in Bern.

Die Zu- oder Abnahme einer gewissen Bevölkerung wird auf der einen Seite durch Ein- und Auswanderung, auf der andern Seite durch Geburts- und Todesfälle hervorgebracht. Die auf dem ersteren Grunde beruhende *Bevölkerungsbewegung* mag die *äussere* oder *künstliche* genannt werden, während die aus der Bilanz zwischen Geburten und Sterbefällen hervorgehende als die *innere* oder *natürliche* Bevölkerungsbewegung zu bezeichnen wäre. Die erstere entbehrt insofern der Gesetzmässigkeit, als sie von Umständen abhängt, die mehr ausserhalb der menschlichen Natur liegen und welche aus der Zusammenwirkung so vieler Faktoren hervorgehen, dass sie unberechenbar erscheinen und daher als *zufällige* können bezeichnet werden. Die künstliche Bevölkerungsbewegung lässt daher auch nur eine Berechnung durch Mittelzahlen zu, d. h. wir haben bei der Berechnung einer gewissen Volkszahl auf einen Termin, welcher zwischen zwei Volkszählungstermine oder auf ein bestimmtes Jahr nach einer Volkszählung fällt, kein anderes Mittel, die wahrscheinliche Volkszahl zu bestimmen, als dadurch, dass wir die durch zwei Volkszählungen konstatirte Zu- oder Abnahme mit der Zahl der Jahre dividiren, welche zwischen den Volkszählungen verflossen sind, und nun mit diesem Produkte, welches die mittlere jährliche Bevölkerungszu- oder -abnahme repräsentirt, durch Addition oder Subtraktion vor- oder rückwärts rechnen bis zu dem Zeitpunkte, auf welchen wir die Volkszahl festzusetzen wünschen. Da aber die Ein- und Auswanderung, welche in einem bestimmten Volkskomplexe stattfindet, nicht zu kontroliren ist — wenigstens gegenwärtig noch —, und sie der berechenbaren Gesetzmässigkeit entbehrt, so verlieren dadurch die berechneten Volkszahlen in entsprechendem Maasse an dem Grade ihrer Wahrscheinlichkeit. Man kann daher mit einiger Wahrscheinlichkeit auch nur solche berechnete Volkszahlen benutzen, welche auf Termine fallen, die einem Zählungstermine sehr nahe liegen. Noch weniger Aufschluss gibt uns eine solche Berechnungsart über die Zukunft eines Volkes, d. h. über die *Kraft der Existenz* desselben.

Anders verhält es sich mit der *natürlichen Bevölkerungsbewegung.* In der Theorie folgt sie ganz einer mathematischen Gesetzmässigkeit. In praxi wird sie freilich wesentlich verändert durch soziale, politische, territoriale und sanitarische Einflüsse. Aber gerade der Vergleich der theoretischen Entwicklung mit der praktischen verschafft uns die Einsicht in die Grösse und Macht der genannten Einflüsse, sowie den Hauptsporn zur Beseitigung von deren Schädlichkeit. Die hier berechneten Volkszahlen nähern sich um so mehr der Wahrheit oder Wirklichkeit, als in allen civilisirten Staaten eine permanente Zählung der Faktoren, d. h. eine fortlaufende Registrirung der Geburts- und Todesfälle, stattfindet. Ja, die hieraus berechneten Zahlen erlangen dadurch eine so grosse Wahrscheinlichkeit, dass man durch Abzug derselben von einem wirklich gezählten Volksmenge die *Bilanz zwischen Aus- und Einwanderung* genauer erhält, als wenn man, bei der Schwierigkeit und der Mangelhaftigkeit der Kontrole dieses Verhältnisses, eine direkte Bestimmung versuchen wollte. Es mag also nicht ganz werthlos erscheinen, die theoretische Frage hier möglichst kurz und verständlich zu erörtern.

Verständigen wir uns zuerst über die zur Rechnung zu gebrauchenden Buchstabenzeichen.

Es sei V eine wirklich gezählte Volkszahl; am Schlusse des folgenden Jahres sei sie V_1, am Schlusse des zweiten V_2 und so fort V_3, V_4 u. s. w; und es betrage, allgemein genommen, die Volkszahl nach Verfluss von n Jahren: V_n. Die im ersten Jahre registrirten Geburten seien g, die Todesfälle t; und aus diesen beiden Angaben ergäbe sich der Zuwachs $z = g - t$. Mit g_1, g_2, g_3 u. s. w., t_1, t_2, $t_3 \ldots$, z_1, z_2, $z_3 \ldots$ will ich die gleichen Benennungen bezeichnen, welche den Volkszahlen V_1, V_2, V_3 u. s. w. entsprechen. Ausgehend von der ursprünglichen Volkszahl V, würde man nun erhalten:

am Schlusse

des ersten Jahres:	$V_1 = V + g - t = V + z$
» zweiten »	$V_2 = V_1 + g_1 - t_1 = V_1 + z_1$
» dritten »	$V_3 = V_2 + g_2 - t_2 = V_2 + z_2$

und so fort.

Nun findet aber ein bestimmtes Verhältniss, und zwar immer das gleiche, statt zwischen V und z, V_1 und z_1, V_2 und z_2 u. s. f., d. h. bei einer jährlichen Volkszunahme von beispielsweise 1 Prozent würde eine Volkszahl von 1000 nach einem Jahre $1000 + \frac{1000}{100} = 1010$, nach zwei Jahren $1010 + \frac{1010}{100} = 1020{,}_1$, nach drei Jahren $1020{,}_1 + \frac{1020{,}_1}{100} = 1030{,}_{201}$ u. s. w. betragen: ganz nach Art der Zinseszinsrechnung. Wandle ich daher die Glieder $V + z$, $V_1 + z_1 \ldots$ so um, dass ich $V + z = V + \frac{z\,V}{V} = V\left(1 + \frac{z}{V}\right)$; $V_1 + z_1 = V_1\left(1 + \frac{z_1}{V_1}\right)$ u. s. w. setze, so drücken alle die Brüche $\frac{z}{V}, \frac{z_1}{V_1}, \frac{z_2}{V_2} \ldots$ das gleiche Verhältniss, den gleichen Werth aus; sie sind, mit einem Worte, unter einander gleich:

$$\frac{z}{V} = \frac{z_1}{V_1} = \frac{z_2}{V_2} \ldots\text{; also auch}$$

$$\left(1 + \frac{z}{V}\right) = \left(1 + \frac{z_1}{V_1}\right) = \left(1 + \frac{z_2}{V_2}\right) \ldots$$

Die letztgenannten Faktoren sind also nicht variable, sondern drücken ein konstantes Verhältniss aus, und ich kann sie mit einem allgemeinen Zeichen

$$\alpha = \left(1 + \frac{z}{V}\right) = \left(1 + \frac{z_1}{V_1}\right) = \left(1 + \frac{z_2}{V_2}\right) \ldots \text{(I)}$$

bezeichnen. Dadurch erlangt die ursprüngliche Reihe die Form:

$$V_1 = V\alpha$$
$$V_2 = V_1\alpha$$
$$V_3 = V_2\alpha \text{ u. s. w.}$$

Da nun aber $V_2 = V_1\alpha = V\alpha\alpha = V\alpha^2$, ebenso $V_3 = V_2\alpha = V_1\alpha\alpha = V\alpha\alpha\alpha = V\alpha^3$ ist u. s. f., so gibt dies die Reihe:

$$V$$
$$V_1 = V\alpha$$
$$V_2 = V\alpha^2$$
$$V_3 = V\alpha^3 \text{ u. s. w.,}$$

woraus sich für n Jahre das allgemeine Glied:

$$V_n = V\alpha^n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(II)}$$

ergibt, welche das Gesetz der inneren Bevölkerungsbewegung mathematisch ausdrückt und als Formel zur

Berechnung der einschlägigen Fragen dient. Zum praktischen Gebrauche gibt man dieser Gleichung die logarithmische Form:

$$\log V_n = \log V + n \log \alpha, \text{ woraus auch}$$

$$n = \frac{\log V_n - \log V}{\log \alpha} \text{ oder auch}$$

$$\log n = \log (\log V_n - \log V) - \log \log \alpha \ldots . (III).$$

Man kann auch, wenn man es vorzieht, den jährlichen Zuwachs sogleich in Prozent- oder Promillesätzen in Beziehung zur Bevölkerungszahl des betreffenden Jahres auszurechnen, der obigen Gleichung folgende Form zum praktischen Gebrauche geben:

$$\log n = (\log V_n - \log V) - \log \log \left(1 + \frac{p^0}{100}\right) \text{ und}$$

$$\log n = (\log V_n - \log V) - \log \log \left(1 + \frac{p^{00}}{1000}\right),$$

in welcher p^0 den genannten Prozentsatz und p^{00} den Promillesatz ausdrückt.

Will man nun z. B. das Problem lösen, in wie viel Jahren eine Population sich verdoppelt, verdreifacht, vervierfacht.... oder allgemein sich *ver-mfacht,* so hat man:

$$V_n = m\ V = V\alpha^n \text{ oder:}$$

$$m = \alpha^n$$

$$n = \frac{\log m}{\log \alpha} \text{ und}$$

$$\log n = \log \log m - \log \log \alpha \ldots\ldots (IV),$$

also: ein Volk, von dem man den Zuschuss durch Geburts- weniger Todesfälle in einem Jahre, also auch den Faktor $\alpha = 1 + \frac{z}{V} = 1 + \frac{g - t}{V}$ kennt, wird sich in n Jahren verdoppeln, wenn man $m = 2$ setzt, d. h. in:

$$n = \frac{\log 2}{\log \alpha} = \frac{0{,}30103}{\log \alpha} \text{ Jahren.}$$

Beträgt die jährliche Zunahme 1 Prozent oder würde z. B. eine Population von $V = 1000$ in einem Jahre 40 Geburten und 30 Todte zählen, so wäre $\alpha = 1 + \frac{40 - 30}{1000} = 1 + \frac{1}{100} = 1{,}01$ und man erhielte:

$$n = \frac{0{,}3010300}{0{,}0043214} = \frac{3010300}{43214} = 69{,}_{6603},$$

d. h. in $69{,}_7$ Jahren würde sich jene Population verdoppelt haben und 2000 Seelen zählen.

Uebertrifft nun aber bei einer Population die Zahl der Todten diejenige der Geburten, so nimmt sie nach dem gleichen Gesetze ab, nach welchem die vorher angenommene zunahm. Bezeichnet man diesen Abgang mit a, so ist nämlich $t - g = a$, und ich erhalte die Reihe:

$$V$$

$$V_1 = V - a = V\left(1 - \frac{a}{V}\right)$$

$$V_2 = V\left(1 - \frac{a}{V}\right)^2$$

$$V_3 = V\left(1 - \frac{a}{V}\right)^3 \text{ u. s. f.}$$

Da $a < V$ ist, so ist $\frac{a}{V}$ immer ein ächter Bruch, um so mehr ist also auch $\left(1 - \frac{a}{V}\right)$ ein ächter Bruch, den ich allgemein mit $\frac{1}{\beta}$ bezeichnen kann, so dass alsdann $\left(1 - \frac{a}{V}\right) = \frac{1}{\beta}$ oder $\beta = \frac{1}{\left(1 - \frac{a}{V}\right)}$ wäre.

Dies gestaltet nun die Reihe:

$$V$$

$$V_1 = \frac{V}{\beta}$$

$$V_2 = \frac{V}{\beta^2}$$

$$V_3 = \frac{V}{\beta^3} \text{ u. s. w.,}$$

und es ergibt sich für n Jahre das allgemeine Glied der Reihe:

$$V_n = \frac{V}{\beta^n} \ldots . (V)$$

$$\text{oder } \log V_n = \log V - n \log \beta, \text{ also:}$$

$$n = \frac{\log V - \log V^n}{\log \beta} \text{ und:}$$

$$\log n = \log (\log V - \log V_n) - \log \log \beta \ldots . (VI).$$

Fragt man nun wieder: In wie viel Jahren wird sich diese Population auf die Hälfte, ein Drittel .... oder *auf ein m-tel reduzirt* haben? so erhält man:

$$V_n = \frac{1}{m} V = \frac{V}{\beta_n} \text{ oder:}$$

$$m = \beta^n \text{ und } n = \frac{\log m}{\log \beta} \text{ oder:}$$

$$\log n = \log \log m - \log \log \beta \ldots . (VII).$$

Wenn wir, wie oben, als Beispiel eine Bevölkerung von 1000 wählen mit 1prozentiger jährlicher Abnahme, also etwa $t = 40$ und $g = 30$ und mithin $a = t - g = 10$, so ist der Faktor

$$\beta = \frac{1}{\left(1 - \frac{10}{1000}\right)} = 1{,}010101 \ldots\ldots$$

und es wird sich jene Population auf die Hälfte $\left(\frac{1}{m} = \frac{1}{2}\right)$ reduzirt haben in:

$$n = \frac{0{,}3010300}{0{,}0043647} = 68{,}_{9692} \text{ Jahren.}$$

Nun ist aber bekannt, dass auch in gewöhnlichen Zeiten die Zahl der Geburten und Todesfälle bei allen Völkern jedes Jahr um eine *Mittelzahl* schwankt, welche Mittelzahl wir berechnen müssen, um die Faktoren α und β möglichst genau bestimmen zu können. Kennen wir nämlich die Zahl der Geburten und Todten von einer Reihe von Jahren, während uns die Volkszahl durch Zählung nur in längeren, bei uns zehnjährigen Zeitintervallen, bekannt ist, so können wir die Faktoren α und β berechnen, wenn wir die zu jedem Jahre gehörige Volkszahl einfach durch Interpolation berechnen. Es ist dies zwar nicht genau und zwar gerade wegen der inneren Bevölkerungsbewegung, welche sich nicht in arithmetischer, sondern geometrischer Reihe macht; allein die betreffende interpolirte Volkszahl kommt bei der Ausrechnung von α und β in den Nenner zu stehen und es bewirkt dies in Anbetracht des verhältnissmässig sehr kleinen Zählers des Bruches eine ganz unwesentliche Differenz. So erhalten wir für alle Beobachtungsjahre etwas verschiedene Werthe von α und β, aus denen wir, da dieselben konstante Faktoren sind, einfach das Mittel ziehen dürfen, um Werthe zu erhalten, welche sich der Wahrheit sehr nähern.

Ich will als erläuterndes Beispiel die *Stadt Bern* wählen. Dieselbe hatte am 10. Dez. 1860 eine Wohnbevölkerung von 29016 *) und am 1. Dez. 1870 eine solche von 35452 Seelen **), also in $9,_{981}$ Jahren eine Zunahme von 6436, oder von $\frac{6436}{9,_{981}} = 643,_{312}$ per Jahr. Nun gibt das statistische Jahrbuch des Kantons Bern folgende Zahlen von Geburts- und Todesfällen (g und t), welchen ich gleich die berechnete Volkszahl (V) beisetze:

			Auf Mitte des Jahres.		
1866:	$g = 873$	$t = 1104$	$V = 32612$,	woraus $\frac{a}{V} =$	0,0070833
1867:	$g = 991$	$t = 1135$	$V = 33255$	»	0,0043302
1868:	$g = 981$	$t = 1077$	$V = 33898$	»	0,0028320
1869:	$g = 1036$	$t = 1174$	$V = 34542$	»	0,0039952
1800:	$g = 1010$	$t = 1304$	$V = 35185$	»	0,0083558
				Summa:	0,0265965

$$\text{also im Mittel } \frac{a}{V} = \frac{0,0265965}{5} = 0,0053193$$

$$\text{und } \beta = \frac{1}{\left(1 - \frac{a}{V}\right)} = 1,005348; \text{ mithin}$$

$$n = \frac{0,3010300}{0,0023163} = 129,_{9646} \text{ Jahre,}$$

d. h. vom Jahre 1870 an gerechnet, würde die Bevölkerung der Stadt Bern am Mittag des *17. November 1999 auf die Hälfte reduzirt* sein, wenn der Abgang nicht beständig durch die Einwanderung ersetzt und sogar noch übertroffen würde. Vom Ende des Jahres 1860 bis Ende 1870 wäre die Bevölkerung durch den Ueberschuss der Sterbefälle über die Geburten auf die Zahl 27544 herabgesunken; da aber auf Ende 1870 eine Population von 29053 vorhanden war, so betrug in diesem zehnjährigen Zeitraume der *Ueberschuss der Eingewanderten über die Ausgewanderten* die Zahl von 29053 — 27544 = 1509 oder durchschnittlich *per Jahr 151* Personen.

Noch weit überraschendere und besonders in sanitarischer und sozialer Beziehung wichtige Resultate erlangt man, wenn man in dieser Weise eine städtische Bevölkerung mit der entsprechenden ländlichen vergleicht.

In der Absicht, einmal einen genau zu kontrolirenden Volkskomplex auf seine natürliche Bevölkerungsbewegung zu studiren, wählte ich mir nun die *Burgerschaft von Bern* aus. Da dieselbe ihre nicht unbedeutenden Nutzniessungen auf diejenigen Burger beschränkt, welche in dem Stadtbezirk Domizil haben, so gelingt es, aus den Dokumenten *) nicht nur die Zahl der Eingewanderten, d. h. der Neuaufgenommenen, und der durch Heirath eingetretenen und ausgetretenen Frauen, sowie die Zahl der Geburten und Sterbefälle zu erheben, sondern auch die genannten Kategorien je nach dem Wohnsitze innerhalb oder ausserhalb der Stadt getrennt zu erheben und in gegenseitige Parallele zu setzen:

Ende 1852 zählte man nämlich 1852 Burger mit *auswärtigem Domizil.* Nach den Kirchenbüchern hatten dieselben in den folgenden acht Jahren:

298 Geburten,
129 Sterbefälle,

also einen Zuwachs von 169 binnen acht Jahren.

Die Rechnung ergibt daraus, dass sich dieselben in $8 \times 7,_{9387} = 63\frac{1}{2}$ Jahren verdoppeln. Acht Jahre später, Anno 1860, betrug ihre Zahl: 1762, und sie zählten in den acht nächstfolgenden Jahren:

280 Geburten und
134 Sterbefälle,

also einen Zuwachs von 146 Personen.

Nach dieser Basis würden sie sich in $8 \times 8,_{7072} = 69\frac{3}{5}$ Jahren verdoppeln, d. h. in ungefähr gleicher Zeit, immerhin jedoch etwas langsamer.

Betrachten wir nun die *in dem Stadtbezirk wohnenden* Burger, so fällt sogleich auf, dass dieser Theil der Bevölkerung durch den konstanten Ueberschuss der Sterbefälle über die Geburten *von der Natur auf den Aussterbeetat gesetzt ist* und nur durch Neuaufnahmen Eingewanderter eine Scheinexistenz fristet. Es zählte diese Kategorie nämlich 1852: 3229 Köpfe, und 1860: 3523 Köpfe, und man zählte:

1852—60	1860—68
601 Todte,	686 Todte,
450 Geburten,	492 Geburten,
einen Ausfall von . . 151 Köpfen;	einen Ausfall von . . 194 Köpfen.

Dies gäbe nach der Bewegung in der ersteren Periode (1852—60) eine Reduktion auf die Hälfte binnen $8 \times 14,_{47} = 115\frac{4}{5}$ Jahren und nach der zweiten Periode (1860—68) eine solche binnen $8 \times 12,_{24} = 97\frac{9}{10}$ Jahren, d. h. die in der Stadt wohnende Burgerschaft würde mit

*) Allgemeine Beschreibung und Statistik der Schweiz von Max Wirth. — Zürich, 1871, Bd. I, S. 343.

**) Statistisches Jahrbuch für den Kanton Bern. — Fünfter Jahrgang, 1872, S. 3.

*) Die in den Jahren 1848, 1853, 1861 und 1869 im Drucke erschienenen « Verzeichnisse sämmtlicher Burger der Stadt Bern etc. », sowie die Geburts-, Todten- und Trauungskontrolen des Pfarramtes der städtischen Münstergemeinde.

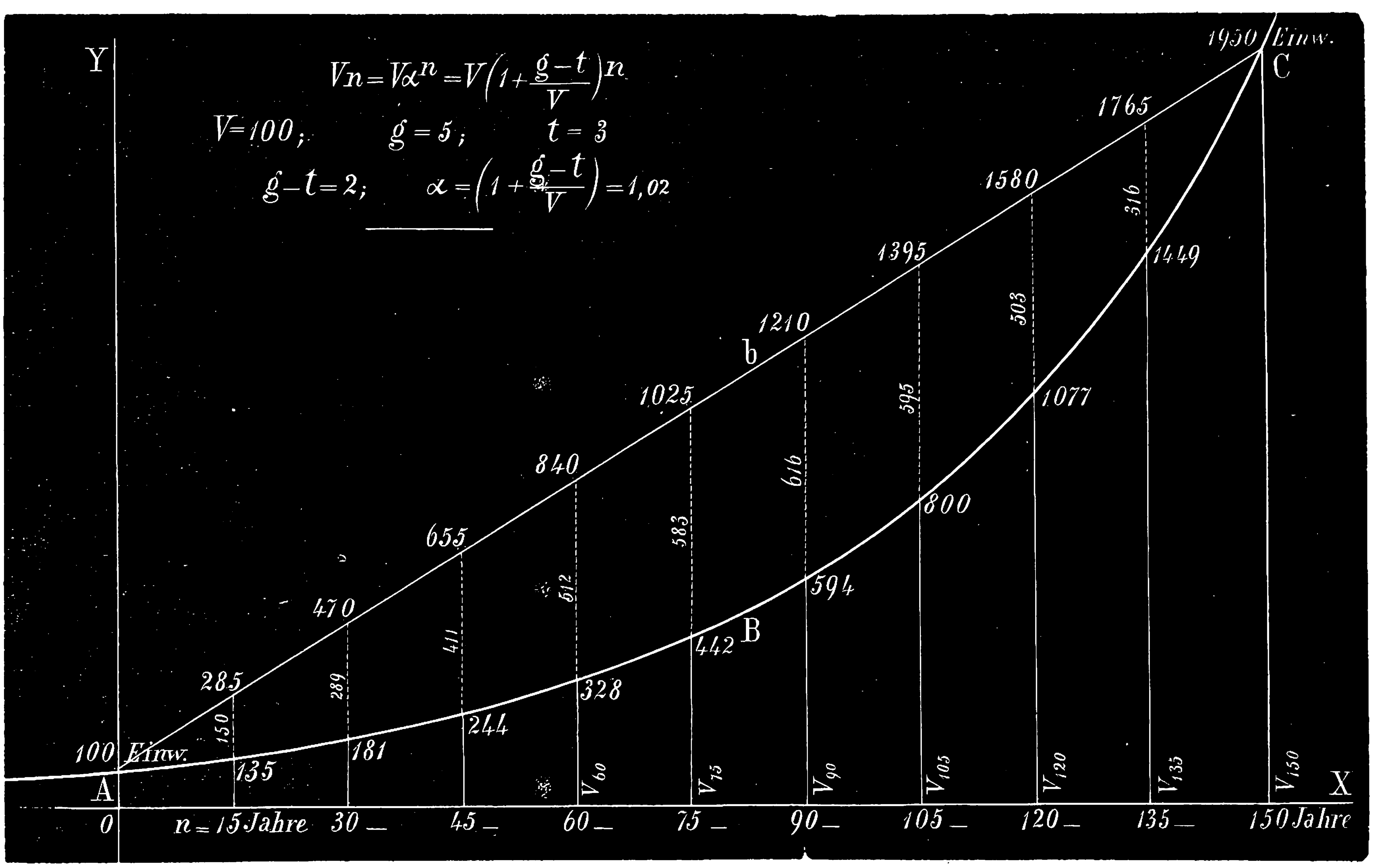
zunehmender Geschwindigkeit vom Erdboden verschwinden, wenn sie nicht mit zunehmendem Eifer auf Zuwachs von Aussen bedacht wäre.

Will man den todten statistischen Zahlen noch mehr Leben einblasen, um sie als redende Zeugen der städtischen Verhältnisse in Bern hinzustellen, so kann man sich fragen: Woher kommt es, dass die *Stadt Bern* seit Dezennien gleichsam das Grab einer immer erneuerten Einwanderung ist? Die andern grösseren Schweizerstädte stehen in dieser Beziehung viel besser da; *Basel* z. B. wird in der gleichen Zeit, in welcher Bern auf die halbe Population reduzirt sein wird, durch seine natürliche Bevölkerungsbewegung sich mehr als verdoppelt haben. Unter den 52 grössten Städten England's, Deutschland's und Spanien's ferner, von welchen mir die statistischen Angaben zugänglich waren, nämlich *Aston*, *Leipzig*, *Dudley*, *Almería*, *Murcia*, *Bolton*, *Bradford*, *Chorlton*, *Leeds*, *Salford*, *New-Castle*, *Blackburn*, *Wolverhampton*, *Birmingham*, *Sheffietd*, *Oldham*, *Preston*, *Halifax*, *Huddersfield*, *London*, *Ashton u. L.*, *Bury*, *Elberfeld*, *Köln*, *Alicante*, *Magdeburg*, *Dresden*, *Malaga*, *Frankfurt a. d. O.*, *Sevilla*, *Halle a. d. S.*, *Corunna*, *Berlin*, *Königsberg*, *Danzig*, *Barcelona*, *Manchester*, *Trier*, *Breslau*, *Stettin*, *Posen*, *Prag*, *Córdoba*, *Granada*, *Madrid*, *Valencia*, *Potsdam*, *Liverpool*, *Cadiz*, *Zaragoza* und *Münster* in Westphalen*) — unter diesen 52 Städten steht *Bern* in dieser Beziehung weit unter den letztgenannten. In der unmittelbaren Umgebung Bern's, auf dem gleichen Grund und Boden und unter den gleichen klimatischen Verhältnissen findet sich diese Abnormität nicht wieder. Dies drängt uns mit Nothwendigkeit den Schluss auf, dass die Ursache allein in den sanitarischen und sozialen Verhältnissen zu suchen ist. Zu der Thatsache, dass die sanitarischen, resp. baulichen Verhältnisse hier die Hauptrolle spielen, kam ich schon durch frühere statistische Untersuchungen auf einem ganz andern Wege. Dass aber die sozialen Verhältnisse dabei nicht so ganz unschuldiger Natur sind, beweist die in dem Obigen niedergelegte merkwürdige Thatsache, dass die bestsituirte Klasse von Bewohnern der Stadt, nämlich die nutzniessenden Burger, noch geschwinder dem Untergange zueilen, als die ganze Bewohnerschaft Bern's zusammengenommen. Mit der gleichen Sicherheit also, mit welcher der berühmte Statistiker *Engel* beim Ausbruche des französisch-deutschen Krieges den endlichen deutschen Sieg voraussagte, allein gestützt auf die Vorgänge der inneren Bevölkerungsbewegung in den beiden Völkern, mit der gleichen Sicherheit muss der Statistiker den *Untergang jener Korporation* voraussagen, trotz aller künstlicher Rettungsversuche: nur für den Kurzsichtigen scheint das Rad der Geschichte eines Rückganges fähig.

*) Ich ordne die Städte nach ihrem Range in Betreff ihrer natürlichen Bevölkerungsbewegung, von den besser situirten zu den minder guten herabsteigend. Bloss bei den vier zuletzt genannten findet überhaupt ein Ueberschuss der Sterbefälle über die Geburten statt.

Ich habe bis jetzt die Frage der natürlichen Bevölkerungsbewegung nur von ihrer algebraischen Seite betrachtet und durch einzelne Beispiele illustrirt. Man erhält aber eine weit bessere mathematische Einsicht in deren Gesetze, wenn man die Verhältnisse graphisch darstellt und dadurch anschaulicher macht.

Wenn man sich nämlich ein rechtwinkliges Coordinatensystem mit den Abscissen in der Richtung der Abscissenaxe ox (siehe die Figur) und den Ordinaten, parallel der



Axe oy, denkt, und in dieses Coordinatensystem die Linie der natürlichen Bevölkerungsbewegung einzeichnet, so wird dieselbe durch die Kurve ABC repräsentirt, insofern man für die verschiedenen Grössen in den oben entwickelten Formeln folgende Werthe annimmt: Die an einem bestimmten Tage gezählte Einwohnerschaft $V = 100$; die Zahl der Geburten im ersten Jahre $g = 5$ und die der Todten $t = 3$, also der Zuwachs $z = 2$, d. h. zwei Prozent, und $\alpha = 1,_{02}$. Diese Bevölkerung wird sich in 15 Jahren auf 135, in 30 Jahren auf 181 u. s. w. und in 150 Jahren auf 1950 Köpfe vermehrt haben, wie es die an der Kurve angebrachten Zahlen anzeigen. Wollte man nun in irriger Weise, wie dies bisweilen geschieht, aus den beiden Zählungen im Anfange und am Schlusspunkte der Kurve, also aus der Zunahme der Bevölkerung von 100 auf 1950 *in* 150 Jahren z. B., die wahrscheinliche Bevölkerung nach dem Verflusse von bloss 90 Jahren auf dem Wege der gewöhnlichen arithmetischen Interpolation bestimmen, so erhielte man: $\frac{1950 - 950}{150} \times 90 = 1210$ statt 594, wie es die Kurve anzeigt. Diese *fälschlichen Interpolationswerthe* sind an den Durchschnittspunkten angegeben, welche die von A nach C gezogene gerade Linie AbC mit den entsprechenden Ordinaten erzeigt. Die Differenz zwischen den richtigen und den falschen Interpolationswerthen finden sich angegeben auf den punktirten Verlängerungen der Ordinaten. Die Differenz erscheint um den Mittelpunkte der Abscisse Ax am grössten.

Man kann nun die obige Formel für die natürliche Bevölkerungsbewegung: $V_n = V\alpha^n$ allgemein durch die Gleichung:

$$y = a^x \text{ oder } x = \log y$$

darstellen, in welcher a die Basis des Logarithmensystems ausdrückt. Es ergibt sich aus dieser Gleichung, dass die Ordinaten y in einer geometrischen Reihe fortschreiten, wenn die Abscissen x sich in einfacher arithmetischer Zunahme vorwärts bewegen, d. h. die auf diesem Wege entstehende Kurve ist die sogenannte *logarithmische Linie* oder *Logistik*, welche auch, wie bekannt, die Linie der Zinzeszinsrechnung ist. Sie theilt also mit dieser auch alle mathematischen Eigenschaften. Für $a > 1$, welcher Fall in der obigen Figur dargestellt ist, entfernt sich die Kurve von A aus nach rechts, d. h. nach der positiven Seite hin, immer mehr von der Abscissenaxe ox und zwar in immer zunehmender Steigung, ohne in der unendlichen Entfernung je senkrecht zu werden. Von der Ordinatenaxe oy aus nach links, d. h. nach der negativen Seite hin, nähert sich hingegen die Kurve immer mehr der Abscissenaxe ox, ohne dieselbe in ihrer unendlichen Verlängerung jemals zu schneiden oder ihr parallel zu werden; es bildet also, wie es der Mathematiker nennt, die Abscissenaxe ox die *Asymptote* der Kurve ABC. Will man sich graphisch das Verhältniss der Bewegung darstellen, wenn $a < 1$, d. h. wenn die Zahl der Sterbefälle grösser als diejenige der Geburten ist, so braucht man sich die Figur nur umgekehrt zu denken; die Kurve gäbe alsdann z. B. an, dass eine Einwohnerzahl von 1950 in 150 Jahren auf 100 herabsinken würde, wenn die Todtenzahl diejenige der Geburten gerade um so viel übertrifft, als das umgekehrte Verhältniss in dem oben angenommenen Beispiele stattfindet. Dass die Formen der verschiedenen logarithmischen Linien sich durch die Basis a, d. h. in der Verschiedenheit des Zuwachses oder der Abnahme, von einander unterscheiden, versteht sich von selbst.

Man erlaube mir schliesslich noch eine kleine Illustration dieser mathematischen Darstellung. Die Mathematik auf das Gebiet des Denkens übertragen, ist die Logik. Nun ist der Streit über die Entstehung des Menschen seit dem Untergang der mosaischen Anschauung in der modernen Zeit besonders durch *Darwin's* reformatorisches Auftreten von Neuem entbrannt. Es haben gar viele Kämpen ihren Spiess in den Kampf getragen, bei welchem der anerzogene Glauben oder die menschliche Selbstüberhebung über das Thier und der hohle Abscheu vor der Abstammung des Menschen von dem Thiere im Verlaufe der zoologischen Epochen sich stärker gezeigt hat als ihre beugsame Logik. Wenn wir nun einen mathematischen, d. h. logischen Rückschluss von den gegenwärtigen Verhältnissen der Bevölkerungsbewegung auf der Erde auf den *Ursprung des Menschengeschlechtes* machen wollen — eine Hypothese, welche jedenfalls eine grössere Berechtigung, als die jüdische, beanspruchen darf —, so fiele derselbe etwa folgendermassen aus:

Nehmen wir, wie oben, ein etwas grelles Verhältniss an, z. B. dass sich eine Bevölkerung um 2 % vermehre, so ergäbe sich durch die Rechnung, dass, bei immer gleichbleibendem Verhältniss, $193^3/_5$ Jahre vor der Zeit, an welcher man 100 Menschen zählte, nur zwei Menschen existirt haben müssen. Was soll man sich nun *vor* diesem Zeitpunkt denken? Allfällig ein Durchbrechen jener Gesetzmässigkeit, welche wir in der geschichtlichen Entwicklung der Menschheit beobachten, durch einen brüsken Schöpfungsakt, wie wir noch keinen zu beobachten Gelegenheit hatten? Oder müssen wir nicht in logischer Weise zurückschliessen, dass auch vor dem supponirten Auftreten des ersten Menschenpaares jenes mathematische Gesetz der Bevölkerungszunahme in logarithmischer Kurve vorhanden gewesen sei, wenn auch die Basis a jenes Logarithmensystems vielleicht im Verlaufe von vielen Jahrtausenden einen schwankenden Werth gehabt haben mag, wie wir noch heutzutage beobachten? Zu letzterer Annahme zwingt uns die Logik, wenn man sich nicht Irrlichtern gleich in dieser Frage aller Motive begibt und planlos in Traumgebilden lebt. Und was wäre nun die Folgerung von dieser Annahme? Offenbar, wenn man bis zum ersten Menschenpaare zurück dem ganzen *genus*