

Die Selektionssterbetafeln, die Unkostendeckung und die Verrechnung von Abschlusskosten der Versicherungen auf den Todesfall.

Von

J. Riem,

Chefmathematiker der Basler Lebensversicherungs-Gesellschaft, Basel.

I. Selektionssterbetafeln.

Die Anregung zu einer Diskussion im Schosse der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker über die Herstellung von Selektionssterbetafeln und über den Einfluss solcher Tafeln auf die Unkostendeckung in der Lebensversicherung gebührt Herrn Direktor Dr. Schärtlin und ist in seinem Referate im 1. Hefte, I. Jahrgang der Mitteilungen obiger Vereinigung, auf Seite 15 und folgende, niedergelegt.

Bevor man an die Herstellung von Selektionssterbetafeln aus schweizerischem Versicherungsmaterial herantritt, halte ich die Beantwortung folgender Frage für angezeigt:

„Sind die Wirkungen der von den Lebensversicherungsgesellschaften für die Versicherungen auf den Todesfall bisher angewandten Aggregatsterbetafeln von einer solchen Bedeutung, dass sie die Solidität einer Gesellschaft gefährden können?“

Ich glaube, der Beantwortung dieser Frage um so mehr ein berechtigtes Interesse entgegenbringen zu sollen, als dieselbe nicht ohne Einfluss auf die Beurteilung der die Privatversicherungsgesellschaften beaufsichtigenden Behörden sein kann.

Wenn ich in meiner Kongressschrift über die Vergleichung der einjährigen Sterbenserwartungen und der Nettorechnungen für Versicherungen auf den Todesfall ärztlich untersuchter Leben aus Aggregat- und Selektionstafeln britischer und deutscher Erfahrungen zu einem negativen Resultate in der praktischen Anwendung der theoretisch gewiss berechtigten Selektionssterbetafeln gelangt bin, so ist das in der Hauptsache allen Nebenumständen zuzuschreiben, welche die einjährigen Sterbenserwartungen beeinflussen, und über welche man sich bisher noch nicht endgültig zu verständigen vermocht hat. Ich nenne hier das Geschlecht, den Beruf, die Versicherungsart, die Gewinnbeteiligung, vollwertige, mittelwertige, minderwertige Leben

und nicht zum mindesten die Verbindung von zwei und mehr Leben.

Ich will nun einmal alle die Sterbenserwartung beeinflussenden Nebenumstände beiseite stellen und annehmen, die Wissenschaft hätte tatsächlich Selektionstafeln für die Todesfallversicherungen gefunden, welche für die Versicherungstechnik passen. Als solche Selektionstafeln bezeichne ich die Tafel $O^{[M]}$ und die Tafel $D^{[M \text{ u. } W I]}$. Ausser diesen Selektionstafeln will ich zu meinen Betrachtungen noch aus dem gleichen Material diejenigen von mir als hypothetische Tafeln bezeichneten heranziehen, welche die ersten Beobachtungsjahre, und zwar bei den britischen die ersten 10, bei den deutschen die ersten 7 Jahre ausschliessen. Im folgenden sind diese letzteren Tafeln mit dem Ausdruck TeilsSelektionstafeln bezeichnet. Nehme ich nun noch zu meinen Berechnungen die Aggregattafeln hinzu, so habe ich es mit folgenden, aus dem gleichen Material hergestellten Tafeln zu tun:

Selektionstafeln	$O^{[M]}$ und	$D^{[M \text{ u. } W I]}$
TeilsSelektionstafeln	^{etc.} 11 $O^{[M]}$ und	^{etc.} 8 $D^{[M \text{ u. } W I]}$
Aggregattafeln	O^M und	$D^{M \text{ u. } W I}$

Zum besseren Verständnisse lasse ich die Dekremente aus den Selektionstafeln, TeilsSelektionstafeln und Aggregattafeln für das Eintrittsalter von 30 Jahren folgen (Tafeln 1 und 2).

Den Werten der TeilsSelektionstafeln liegt der Gedanke zu Grunde, dass die ärztliche Untersuchung nicht mit der Zeit der Aufnahme in die Versicherung zusammenfällt; es ist vielmehr zwischen der ärztlichen Untersuchung und der Aufnahmezeit bei dem britischen Material ein Zeitraum von 10 und bei dem deutschen Material ein Zeitraum von 7 Jahren gedacht. Infolgedessen liefern die TeilsSelektionstafeln einjährige Sterbenserwartungen, welche innerhalb der ersten 10 bzw. 7 Versicherungsjahre grösser sind als diejenigen der

Tafel 1.

Britisches Material.

Eintrittsalter: 30 Jahre.

Alter	Selektion			Teilselektion etc. 11 O ^[M]			Aggregat			Alter
	O ^[M]						O ^M			
<i>x</i>	<i>l_x</i>	<i>d_x</i>	<i>q_x</i> (°/00)	<i>l_x</i>	<i>d_x</i>	<i>q_x</i> (°/00)	<i>l_x</i>	<i>d_x</i>	<i>q_x</i> (°/00)	<i>x</i>
30	87 153	272	3.12	88 541	671	7.57	91 942	547	5.95	30
31	86 881	436	5.02	87 870	678	7.72	91 395	567	6.20	31
32	86 445	502	5.80	87 192	687	7.88	90 828	589	6.48	32
33	85 943	543	6.33	86 505	697	8.06	90 239	611	6.77	33
34	85 400	581	6.80	85 808	708	8.25	89 628	633	7.06	34
35	84 819	618	7.28	85 100	721	8.46	88 995	657	7.38	35
36	84 201	655	7.78	84 379	734	8.70	88 338	681	7.71	36
37	83 546	693	8.29	83 645	748	8.95	87 657	705	8.04	37
38	82 853	732	8.83	82 897	765	9.23	86 952	729	8.38	38
39	82 121	772	9.40	82 132	783	9.53	86 223	756	8.77	39
40	81 349	802	9.86	81 349	802	9.86	85 467	782	9.15	40
41	80 547	824	10.22	80 547	824	10.22	84 685	810	9.56	41
42	79 723	847	10.62	79 723	847	10.62	83 875	840	10.01	42
43	78 876	871	11.05	78 876	871	11.05	83 035	870	10.46	43
44	78 005	900	11.53	78 005	900	11.53	82 165	903	10.99	44
45	77 105	929	12.05	77 105	929	12.05	81 262	937	11.53	45
46	76 176	961	12.61	76 176	961	12.61	80 325	974	12.13	46
47	75 215	995	13.23	75 215	995	13.23	79 351	1 013	12.77	47
48	74 220	1 033	13.91	74 220	1 033	13.91	78 338	1 054	13.45	48
49	73 187	1 072	14.65	73 187	1 072	14.65	77 284	1 099	14.22	49
50	72 115	1 115	15.46	72 115	1 115	15.46	76 185	1 146	15.04	50
51	71 000	1 161	16.35	71 000	1 161	16.35	75 039	1 197	15.95	51
52	69 839	1 209	17.31	69 839	1 209	17.31	73 842	1 250	16.93	52
53	68 630	1 261	18.37	68 630	1 261	18.37	72 592	1 306	17.99	53
54	67 369	1 315	19.53	67 369	1 315	19.53	71 286	1 367	19.18	54
55	66 054	1 373	20.79	66 054	1 373	20.79	69 919	1 430	20.46	55
56	64 681	1 434	22.17	64 681	1 434	22.17	68 489	1 496	21.84	56
57	63 247	1 497	23.67	63 247	1 497	23.67	66 993	1 566	23.38	57
58	61 750	1 563	25.32	61 750	1 563	25.32	65 427	1 639	25.05	58
59	60 187	1 632	27.11	60 187	1 632	27.11	63 788	1 715	26.89	59

Selektionstafeln, während vom 11. bzw. 8. Versicherungsjahre an die einjährigen Sterbenserwartungen in beiden Tafeln gleich sind. Es wird nun nicht schwer fallen, einzusehen, dass das nach der Teilselektionstafel berechnete Deckungskapital allen Anforderungen, welche die Selektionstafel in bezug auf die Sterbenserwartungen verlangt, genügt. Nun ist aber das nach der Teilselektionstafel berechnete Deckungskapital bei sämtlichen von Direktor Dr. Schärtlin in seinem Referate angeführten Beispielen kleiner als nach der Selektionstafel. Die in dem erwähnten Referate angeführten Beispiele belege ich der Kürze halber mit folgenden Bezeichnungen:

Lebenslängliche Versicherung mit lebenslänglicher Prämienzahlung = A ;

lebenslängliche Versicherung mit 30jähriger Prämienzahlung = $A :_{30}$;

gemischte Versicherung auf 30 Jahre = $\mathcal{A} :_{30}$;

Versicherung auf den bestimmten Zeitpunkt von 30 Jahren = $F :_{30}$.

Bei den nachfolgenden Beispielen wurde ein Zinsfuß von $3\frac{1}{2}\%$ zu Grunde gelegt und angenommen, dass die Sterbefallsumme am Schlusse des Versicherungsjahres bezahlt werde.

Die Tafel 3 lehrt nun, dass der Versicherer zur Begegnung der Selektionsgefahr nicht unumgänglich das hohe Deckungskapital aus der Selektionstafel im Passivum der Bilanz haben muss, weil das kleinere Deckungskapital nach der Teilselektionstafel tatsächlich genügt. Die Tafel 3 zeigt aber auch, dass

Tafel 2.

Deutsches Material.

Eintrittsalter: 30 Jahre

Alter	Selektion <i>D[M u. W I]</i>			Teilselektion ^{etc.} 8 <i>D[M u. W I]</i>			Aggregat <i>D M u. W I</i>			Alter
	<i>x</i>	<i>l_x</i>	<i>d_x</i>	<i>q_x</i> (‰)	<i>l_x</i>	<i>d_x</i>	<i>q_x</i> (‰)	<i>l_x</i>	<i>d_x</i>	
30	91 331	596	6.52	91 997	887	9.64	91 578	808	8.82	30
31	90 735	757	8.35	91 110	896	9.83	90 770	818	9.01	31
32	89 978	840	9.33	90 214	904	10.03	89 952	831	9.24	32
33	89 138	867	9.73	89 310	915	10.25	89 121	841	9.44	33
34	88 271	873	9.89	88 395	927	10.48	88 280	856	9.70	34
35	87 398	888	10.16	87 468	940	10.75	87 424	873	9.99	35
36	86 510	937	10.83	86 528	955	11.03	86 551	889	10.27	36
37	85 573	971	11.35	85 573	971	11.35	85 662	906	10.58	37
38	84 602	989	11.69	84 602	989	11.69	84 756	928	10.95	38
39	83 613	1 009	12.07	83 613	1 009	12.07	83 828	950	11.33	39
40	82 604	1 031	12.48	82 604	1 031	12.48	82 878	975	11.76	40
41	81 573	1 056	12.93	81 573	1 056	12.93	81 903	1 006	12.28	41
42	80 517	1 081	13.43	80 517	1 081	13.43	80 897	1 035	12.79	42
43	79 436	1 110	13.97	79 436	1 110	13.97	79 862	1 063	13.31	43
44	78 326	1 140	14.56	78 326	1 140	14.56	78 799	1 092	13.86	44
45	77 186	1 175	15.21	77 186	1 175	15.21	77 707	1 117	14.37	45
46	76 011	1 210	15.93	76 011	1 210	15.93	76 590	1 140	14.88	46
47	74 801	1 250	16.70	74 801	1 250	16.70	75 450	1 169	15.49	47
48	73 551	1 291	17.56	73 551	1 291	17.56	74 281	1 204	16.21	48
49	72 260	1 336	18.49	72 260	1 336	18.49	73 077	1 246	17.05	49
50	70 924	1 384	19.51	70 924	1 384	19.51	71 831	1 303	18.14	50
51	69 540	1 435	20.63	69 540	1 435	20.63	70 528	1 362	19.31	51
52	68 105	1 489	21.86	68 105	1 489	21.86	69 166	1 425	20.60	52
53	66 616	1 545	23.20	66 616	1 545	23.20	67 741	1 490	22.00	53
54	65 071	1 606	24.67	65 071	1 606	24.67	66 251	1 556	23.49	54
55	63 465	1 668	26.28	63 465	1 668	26.28	64 695	1 621	25.06	55
56	61 797	1 733	28.04	61 797	1 733	28.04	63 074	1 691	26.81	56
57	60 064	1 800	29.97	60 064	1 800	29.97	61 383	1 759	28.66	57
58	58 264	1 870	32.39	58 264	1 870	32.09	59 624	1 832	30.73	58
59	56 394	1 940	34.40	56 394	1 940	34.40	57 792	1 900	32.88	59

das nach der Aggregattafel berechnete Deckungskapital noch grösser ist als dasjenige nach der Teilselektionstafel. Es soll hier jedoch die Möglichkeit nicht unerwähnt bleiben, dass bei der lebenslänglichen Versicherung Fälle eintreten können, wo in späteren Versicherungsjahren das Deckungskapital kleiner ist als nach der Teilselektionstafel. Allein diese Fälle sind in der Versicherungspraxis so selten, dass sie als bedeutungslos angesehen werden dürfen. Es dürfte somit der Nachweis geliefert sein, dass jede Lebensversicherungsgesellschaft, die ihr Deckungskapital nach einer Aggregattafel berechnet, in der Lage ist, die Verpflichtungen, welche ihr durch später zu erwartende grössere Sterblichkeit erwachsen, zu decken. Es bleibt in diesem Falle, wie im Abschnitt II gezeigt wird,

der Gesellschaft in den späteren Versicherungsjahren aus der jährlichen Tarifprämie nur etwas weniger zur Bestreitung der Unkosten übrig als in den ersteren. Es ist also für die nach Aggregattafeln rechnenden Anstalten nicht notwendig, für die Selektionsgefahr eine besondere Reserve anzusammeln. Die Selektionsgefahr kann aus einem Bruchteile der jährlichen Tarifprämie gedeckt werden. Anstatt der Aggregattafeln kann also zu jeder Zeit, ohne Erhöhung des Deckungskapitals, die Teilselektionstafel aus dem gleichen Material den Berechnungen des Deckungskapitals unterstellt werden. Durch diese Modifikation der Rechnungsgrundlage des Deckungskapitals wird der Selektionsgefahr vollständig Rechnung getragen. Ich komme nun zur Beantwortung der eingangs ge-

Tafel 3.

Deckungskapital für 100 unter Zugrundelegung des Eintrittsalters von 30 Jahren.

Art	t	Selektion		Teilselektion		Aggregat	
		$O^{[M]}$	$D^{[M u. W I]}$	$^{etc.} 11 O^{[M]}$	$^{etc.} 8 D^{[M u. W I]}$	O^M	$D^{M u. W I}$
A	1	1.42		1.05		1.15	
	5	6.58		5.56		5.96	
	20	27.73		26.77		27.51	
	30	44.50		43.76		44.50	
	40	61.36		60.84		61.48	
	50	75.75		75.43		75.87	
A:30	1	1.69		1.33		1.42	
	5	7.97		7.07		7.42	
	20	36.25		35.64		36.07	
	30	62.85		62.85		62.90	
	50	83.76		83.76		83.87	
Æ:30	1	2.22	2.11	1.87	1.85	1.96	1.87
	5	10.90	10.39	10.00	9.90	10.37	10.00
	10	22.88	22.15	21.88	21.66	22.40	21.81
	20	53.50	52.72	52.90	52.42	53.34	52.62
	25	73.91	73.26	73.58	73.09	73.85	73.27
F:30	1	2.04	2.00	1.91	1.91	1.94	1.91
	5	10.57	10.39	10.25	10.21	10.38	10.25
	10	22.78	22.52	22.43	22.35	22.61	22.40
	20	54.33	54.05	54.11	53.94	54.27	54.01
	25	74.90	74.67	74.78	74.61	74.88	74.68

Anmerkung. Die Versicherung auf Lebenszeit konnte für $D^{[M u. W I]}$ und für $^{etc.} 8 D^{[M u. W I]}$ nicht berechnet werden, weil die hierzu erforderlichen Elemente nicht vollständig vorliegen.

stellten Frage über die Gefährdung der Solidität einer Gesellschaft bei Anwendung von Aggregattafeln für die Versicherungen auf den Todesfall.

Nach den vorliegenden Ausführungen muss diese Frage verneint werden.

Man wird sich nun auch folgende Frage beantworten müssen: „Woher kommt es, dass das nach der Teilselektionstafel berechnete Deckungskapital kleiner ausfällt als nach der Selektionstafel?“

Die Antwort auf diese Frage liegt sehr nahe:

Die Anwendung der Teilselektionstafel erfordert eine grössere jährliche Nettoprämie als die Anwendung der Selektionstafel. Da ferner nach Ablauf der ersten 10 bzw. 7 Versicherungsjahre die Barwerte der Renten und der einmaligen Prämien in beiden Tafeln völlig einander gleich sind, so ist der Unterschied der Deckungskapitalien aus beiden Tafeln gleich der Differenz der Nettoprämien multipliziert mit dem gemeinsamen Barwerte der vorschüssigen Renteneinheit, also

$$\left(\begin{matrix} ^{etc.} 11 O^{[M]} \\ P_x \end{matrix} - \begin{matrix} O^{[M]} \\ P_x \end{matrix} \right) a_{x+t} = {}_t V - \begin{matrix} ^{etc.} 11 O^{[M]} \\ {}_t V \end{matrix}$$

beziehungsweise:

$$\left(\begin{matrix} ^{etc.} 8 D^{[M u. W I]} \\ P_x \end{matrix} - \begin{matrix} D^{[M u. W I]} \\ P_x \end{matrix} \right) a_{x+t} = {}_t V - \begin{matrix} ^{etc.} 8 D^{[M u. W I]} \\ {}_t V \end{matrix}$$

Der Barwert der vorschüssigen Renteneinheit nimmt mit steigendem Alter ab, und deshalb wird auch der Unterschied der Deckungskapitalien von Jahr zu Jahr geringer und verschwindet mit Ablauf des letzten Versicherungsjahres. Ich habe jetzt den Nachweis geliefert, warum das Deckungskapital aus der Selektionstafel nach der Selektionszeit grösser ist als das Deckungskapital aus der Teilselektionstafel; ich habe dieses Faktum unter Zuhilfenahme der prospektiven Berechnungsmethode des Deckungskapitals bewiesen. Es bleibt nun noch die Beweisleistung übrig, warum das Deckungskapital der Selektionstafel während der Selektionszeit grösser ist als das Deckungskapital nach der Teilselektionstafel. Ich begründe dieses Faktum unter Zuhilfenahme der retrospektiven Berechnungsmethode des Deckungskapitals.

Die Gesamtsumme der Differenzen der jährlichen Nettoprämien stellt sich innerhalb der ersten 10 Versicherungsjahre

für $^{etc.} 11 O^{[M]}$ und für $O^{[M]}$

bei A	A:30	Æ:30	F:30
auf 0.87 %	0.76 %	0.75 %	0.27 %

der Versicherungssumme, während die auf ein Jahr diskontierte Gesamtsumme des fälligen Sterbefallkapitals vermindert um das Deckungskapital sich auf

1.50 %	1.49 %	1.38 %	0.52 %
--------	--------	--------	--------

der Versicherungssumme stellt. Es bleibt also in unseren Beispielen für die Ansammlung des Deckungskapitals bei der Teilselektion weniger übrig als bei der Selektion.

II. Unkostendeckung der Versicherungen auf den Todesfall.

Die Teilselektionstafeln sind so konstruiert, dass in den ersten Versicherungsjahren die einjährigen Sterbenserwartungen grösser sind als die der Selektionstafel. Aus diesem Grunde sind die aus der Anwendung der Teilselektionstafeln hervorgehenden Überschüsse aus den einjährigen Sterbenserwartungen der ersten Versicherungsjahre nicht als reine Sterblichkeitsgewinne zu betrachten, sondern es sind darin auch noch solche Überschüsse enthalten, welche die Lebensversicherungsgesellschaften, namentlich die jüngeren, um konkurrenzfähig und produktiv bleiben zu können, zur Deckung der Unkosten haben müssen.

Wenn nun eine Lebensversicherungsgesellschaft sich den Luxus gestattet, durch Einführung von Selektionstabeln ihrem Unkostenbudget aus der Prämie-einnahme einen Zwang aufzuerlegen, so kann das nur auf zwei Arten geschehen:

Erstens. Es besteht die Möglichkeit, aus bisher überflüssig angesamelter Extrareserve die Erwerbskosten zu bestreiten.

Zweitens. Falls keine überflüssig angesammelten Extrareserven vorhanden sind, wird der Gesellschaft mit Zustimmung der beaufsichtigenden Behörden gestattet, auf Kosten der zukünftigen Einnahmen beim Deckungskapital eine Anleihe zu machen.

Aus leicht begreiflichen Gründen werden nun nicht viele Gesellschaften existieren, welche die Erwerbskosten aus überflüssig angesamelter Extrareserve zu decken in der Lage sind. Bei der zweiten möglichen Art der Unkostendeckung muss man sich wirklich fragen: „Woher kommt es, dass die Zillermethode, welche bisher perhorresziert wurde, jetzt unter der Flagge der Selektion ihren Schrecken verloren hat?“

Ich will diese Frage unbeantwortet lassen und nur ausrufen: Tempora mutantur et nos mutamur in illis.

Nimmt man den Prospekt einer beliebigen Lebensversicherungsgesellschaft, etwa den der Basler, zur Hand und fragt beispielsweise nach dem Preise einer lebenslänglichen Versicherung mit lebenslänglicher Prämienzahlung ohne Gewinnbeteiligung zum Eintrittsalter von 30 Jahren, so sagt dieser Prospekt:

Die gesuchte Versicherung kostet für das Kapital von Fr. 100 jährlich Fr. 2. 34 an Prämien (100 π_{30}).

Aus dieser Prämie hat die Gesellschaft nun folgendes zu bestreiten:

1. für die Ansammlung eines hinreichenden Deckungskapitals zu sorgen,
2. das Sterbefallkapital zu bezahlen,
3. die Unkosten zu decken.

Vom praktischen Standpunkte betrachtet, hätte Nr. 3 an erster und Nr. 1 an dritter Stelle stehen sollen. Ich habe jedoch die Gruppierung in der obigen Weise vorgezogen.

Um diesen eingegangenen Verpflichtungen nachkommen zu können, wird der Versicherer die Prämie in ihre Bestandteile zerlegen. Für die Ansammlung des Deckungskapitals benötigt der Versicherer einer Kapital-Deckungsprämie; ich will hierfür den bisher üblichen Ausdruck „Reserveprämie“ beibehalten und diese Reserveprämie mit π_x^V bezeichnen. Um das Sterberisiko zu decken, gebraucht der Versicherer eine Sterberisikoprämie; ich bezeichne diese mit π_x^q . Zur Deckung der Unkosten ist eine Unkostendeckungs-

prämie nötig, dieselbe soll mit π_x^u bezeichnet werden. Es besteht nun die Gleichung:

$$\pi_x = \pi_x^V + \pi_x^q + \pi_x^u.$$

Bei den von jetzt ab folgenden Berechnungen halte ich streng an dem Grundsatz fest, dass die Sterblichkeit der neueren Wissenschaft zufolge nur nach der Selektionstafel eintrete; dagegen verwende ich für die Berechnung des Deckungskapitals neben der Selektionstafel auch noch die Teilselektionstafel und die Aggregattafel. Markiert man die Selektion durch einen angehängten Strich und die Teilselektion durch zwei angehängte Striche und lässt das Aggregat ohne Index, so erhält die Reserveprämie π_x^V folgende Werte:

Selektion:
$$\pi_x^V = \frac{t V_x'}{1+i} - {}_{t-1} V_x'$$

Teilselektion:
$$\pi_x^V = \frac{t V_x''}{1+i} - {}_{t-1} V_x''$$

Aggregat:
$$\pi_x^V = \frac{t V_x}{1+i} - {}_{t-1} V_x$$

Die Reserveprämie ist also vom Deckungskapital abhängig und deshalb eine variable Grösse.

Die Sterberisikoprämie π_x^q erhält folgende Werte

Selektion:
$$\pi_x^q = \frac{(1-t V_x') q'_{x+t-1}}{1+i}$$

Teilselektion:
$$\pi_x^q = \frac{(1-t V_x'') q'_{x+t-1}}{1+i}$$

Aggregat:
$$\pi_x^q = \frac{(1-t V_x) q'_{x+t-1}}{1+i}$$

Für die Versicherungen auf bestimmte Zeit (F) hat die Sterberisikoprämie nicht die obige, sondern folgende Form:

Selektion:
$$\pi_x^q = \frac{((1+i)^{-(n-t)} - t V_x') q'_{x+t-1}}{1+i}$$

Teilselektion:
$$\pi_x^q = \frac{((1+i)^{-(n-t)} - t V_x'') q'_{x+t-1}}{1+i}$$

Aggregat:
$$\pi_x^q = \frac{((1+i)^{-(n-t)} - t V_x) q'_{x+t-1}}{1+i}$$

Die Sterberisikoprämie ist also ebenfalls vom Deckungskapital abhängig und deshalb eine variable Grösse.

Die Unkostendeckungsprämie π_x^u erhält den Wert:

$$\pi_x^u = \pi_x - (\pi_x^V + \pi_x^q)$$

Die Unkostendeckungsprämie ist unter der Voraussetzung, dass die Sterbenserwartung nach dem Gesetze der Selektion verlaufe, für

die Selektion eine konstante Grösse;
 die Teilselektion während der Selektionszeit eine variable und nach der Selektionszeit eine konstante Grösse;

das Aggregat eine variable Grösse.

Die Prämienbestandteile für das angezogene Beispiel werden in der folgenden Tafel 4 beleuchtet:

Tafel 4.

Lebenslängliche Versicherung von Fr. 100. Eintrittsalter: 30 Jahre. Jährliche Prämie Fr. 2. 34.

Versich.-Jahr	Prämienbestandteile	$O[M]$	etc. 11 $O[M]$	OM
		Selektion	Teil-selektion	Aggregat
		Fr.	Fr.	Fr.
1	Reserveprämie	1.37	1.01	1.11
	Sterberisikoprämie . .	0.30	0.30	0.30
	Unkostendeckungsprämie	0.67	1.03	0.93
2	Reserveprämie	1.20	1.01	1.09
	Sterberisikoprämie . .	0.47	0.47	0.47
	Unkostendeckungsprämie	0.67	0.86	0.78
3	Reserveprämie	1.13	1.01	1.22
	Sterberisikoprämie . .	0.54	0.54	0.54
	Unkostendeckungsprämie	0.67	0.79	0.68
10	Reserveprämie	0.88	0.93	0.97
	Sterberisikoprämie . .	0.79	0.80	0.79
	Unkostendeckungsprämie	0.67	0.61	0.58
30	Reserveprämie	0.22	0.27	0.29
	Sterberisikoprämie . .	1.45	1.47	1.45
	Unkostendeckungsprämie	0.67	0.60	0.60
40	Reserveprämie	-0.45	-0.42	-0.45
	Sterberisikoprämie . .	2.12	2.16	2.12
	Unkostendeckungsprämie	0.67	0.60	0.67
50	Reserveprämie	-1.30	-1.27	-1.31
	Sterberisikoprämie . .	2.97	3.01	2.95
	Unkostendeckungsprämie	0.67	0.60	0.70

Wie man aus der Tafel 4 ersehen kann, bleibt für die Unkostendeckung des ersten Versicherungsjahres bei der Teilselektion 1.03 %, bei der Selektion aber nur 0.67 % der Versicherungssumme übrig. Das ist ein ganz wesentlicher Unterschied für den Versicherer. Der praktische Fachmann fährt also mit der Teilselektion besser als mit der Selektion. Auch im 2., 3., 4. und 5. Versicherungsjahre bleiben grössere Quoten übrig, die jedesmal mit zur Deckung neuer Versicherungsabschlüsse verwendet werden können. Auch die Anwendung der Aggregattafel für das

Deckungskapital zeigt für den praktischen Fachmann bessere Verhältnisse als die Anwendung der Selektionstafel für das Deckungskapital, ohne die Solidität der Gesellschaft zu gefährden.

Man ersieht aus diesen Berechnungen, dass die Verwendung einer grösseren Sterblichkeitserwartung in den ersten Versicherungsjahren, welche nichts weiter sein soll als die normale Sterblichkeit plus einem Unkostenbeitrag, ein notwendiges Bedürfnis für die Versicherungsanstalten ist. Ich komme daher zu dem Schlusse:

„Die Selektionssterbetafeln haben zweifelsohne für die Orientierung eine grosse theoretische Bedeutung, aber es liegt kein Grund vor, dieselben für die Todesfallversicherungen praktisch zu verwenden.“

III. Verrechnung von Abschlusskosten der Versicherungen auf den Todesfall.

Bezeichnet man die Summe der im Abschnitte II besprochenen Reserveprämie und Sterberisikoprämie, nämlich $\pi_x + \pi_x^q$, mit Inventarprämie (prime d'inventaire), so findet man im Beispiele der Tafel 4, wo die Sterblichkeit nur nach dem Gesetze der Selektion verläuft, dagegen das Deckungskapital sowohl nach der Selektionstafel als auch nach der Teilselektions- und der Aggregattafel berechnet ist, folgendes:

Die Inventarprämie ($\pi_x + \pi_x^q$) ist für den Fall, dass das Deckungskapital berechnet ist nach der Selektionstafel eine für alle Versicherungsjahre konstante Grösse,

Teilselektionstafel während der Selektionszeit eine variable und nach der Selektionszeit eine konstante Grösse,

Aggregattafel eine für alle Versicherungsjahre variable Grösse.

Es trifft also hier für die Inventarprämie genau dasselbe zu, was im Abschnitte II über die Unkostendeckungsprämie, nämlich $\pi_x - (\pi_x + \pi_x^q)$, gesagt ist. Die nachfolgende Tafel 5 veranschaulicht das Gesagte.

Lässt man nun die aus der Teilselektionstafel direkt hervorgehende, jährlich gleichbleibende Netto-prämie, die wohlverstanden nicht mit den Inventar-prämien zu verwechseln ist, für die Selektionstafel gelten, so entsteht die Ungleichheit

$$P''_x \cdot a'_x > P'_x a'_x.$$

Der Barwert der Leistung des Versicherten übersteigt demnach den Barwert der Leistung der Gesellschaft um

$$(P''_x - P'_x) a'_x.$$

Tafel 5.

Lebenslängliche Versicherung von Fr. 100. Eintrittsalter: 30 Jahre.

Versich.- Jahr	Inventarprämie $\left(\frac{v}{\pi} + \frac{q}{\pi}\right)$		
	Selektion	Teilselektion	Aggregat
	Fr.	Fr.	Fr.
1	1.67	1.31	1.41
2	1.67	1.48	1.56
3	1.67	1.55	1.76
10	1.67	1.73	1.76
30	1.67	1.74	1.74
40	1.67	1.74	1.67
50	1.67	1.74	1.64

Anmerkung. Das französische Aufsichtsgesetz für Privatversicherung schreibt die prime d'inventaire als eine für alle Versicherungsjahre konstante Grösse vor, trotzdem die Berechnung des Deckungskapitals nach der Aggregattafel A. F. verlangt wird.

Mit andern Worten:

Die erstjährige Inventarprämie ist um den obigen Betrag von

$$(P''_x - P'_x) a'_x$$

zu gross ausgefallen, und es darf dieser Betrag, ohne die Solidität der Gesellschaft zu gefährden, zur Deckung der Abschlusskosten verwendet werden. Die Inventarprämie des ersten Versicherungsjahres ist demnach nicht P''_x , sondern

$$P''_x - (P''_x - P'_x) a'_x.$$

Für die folgenden Versicherungsjahre ist die Inventarprämie stets gleich

$$P''_x.$$

Der Fachmann wird nun sagen:

Auf diese Weise ist man zur Zillmermethode der Berechnung des Deckungskapitals gelangt, welche eine ganz bestimmte Grenze vorschreibt. Ich nenne diese Grenze der Zillmerquote, bis etwas Besseres gefunden wird, eine natürliche für die Selektionstafeln. Aus der nachfolgenden Tafel 6 ersieht man die numerischen Grenzwerte der natürlichen Zillmerquote für die angewandten Beispiele.

Die natürliche Grenze der Zillmerquote ist bei der $O^{[M]}$ -Tafel mehr als doppelt so gross wie bei der Tafel $D^{[M u. W I]}$. Beachtenswert ist, dass die natürliche Grenze der Zillmerquote sowohl vom Eintrittsalter als auch von der Versicherungsart abhängt. Die Unterschiede sind jedoch bei den Versicherungsarten A, $A_{:30}$ und $\mathcal{A}E_{:30}$ so wenig in dem gleichen Eintrittsalter bemerkbar, dass man dieselben vernachlässigen kann. Man darf daher sagen: Die natürliche Grenze der Zillmer-

Tafel 6.

Natürliche Grenze der Zillmerquote für die Selektionstafeln.

Versich.- Art	x	$O^{[M]}$	$D^{[M u. W I]}$
		% der Versicherungssumme	%
A	20	1.16	
	30	1.33	(0.64)
	40	1.78	
$A_{:30}$	20	1.14	
	30	1.30	(0.63)
	40	1.73	
$\mathcal{A}E_{:30}$	20	1.11	
	30	1.29	0.61
	40	1.72	
$F_{:30}$	20	0.40	
	30	0.46	0.23
	40	0.62	

Anmerkung. Die eingeklammerten Werte sind nicht gerechnet, sondern abgeschätzt.

quote richtet sich nach dem Eintrittsalter und nicht nach den genannten drei Versicherungsarten. Eine bemerkenswerte Ausnahme von dieser Regel macht die Versicherung auf einen bestimmten Zeitpunkt (F).

Rechnet man nun rückwärts mittelst der natürlichen Grenze der Zillmerquote das Deckungskapital

Tafel 7.

Lebenslängliche Versicherung von Fr. 100 mit lebenslänglicher Prämienzahlung zum Eintrittsalter von 30 Jahren.

Deckungskapital.

Nach Jahren	Ohne	Mit
	Verrechnung v. Abschlussprovision etc. 11 $O^{[M]}$	über 1.33 % der Versich.-Summe $O^{[M]}$
	Fr.	Fr.
1	1.05	0.11
2	2.13	1.42
3	3.25	2.70
5	5.56	5.28
10	11.89	11.89
20	26.77	26.77
30	43.76	43.76
40	60.84	60.84
50	75.43	75.43

nach der Selektionssterbetafel, so gelangt man nach Ablauf der Selektionszeit zu genau den gleichen Werten, welche man aus der Nettoprämie der Teilselektionstafel ohne Anwendung der Zillermethode erhält, wie das Beispiel in der Tafel 7 veranschaulicht.

Das Deckungskapital ohne Verrechnung von Abschlussprovision nach 11 $O^{[M]}$ ist innerhalb der Selektionszeit grösser als das Deckungskapital mit Verrechnung des Grenzwertes der Abschlussprovision nach der Selektionstafel $O^{[M]}$. Die Anwendung jeder grösseren Zillmerquote für die Selektionstafel, als die in

Tafel 6 berechnete, führt notwendig zu einem kleineren Deckungskapital als nach der Teilselektionstafel ohne Verrechnung von Abschlussprovision, mithin auch zu einem kleineren Deckungskapital als nach der Aggregattafel ohne Verrechnung von Abschlussprovision.

Wenn nun die Berechnung des Deckungskapitals aus der Teilselektionstafel bezw. aus der Aggregattafel Werte ergibt, welche diejenigen aus der Selektionstafel mit Anwendung der natürlichen Grenze der Zillmerquote übersteigen, so liegt gewiss kein zwingender Grund vor, Selektionstafeln für die Versicherungen auf den Todesfall praktisch zu verwenden.

Krankheiten des Herzens und der grossen Gefässe — Leiden der Verdauungsorgane als Dienstbefreiungsgründe in den Jahren 1886—1905.

Maladies du cœur et des gros vaisseaux — Maladies des organes de la digestion, motifs de l'exemption du service militaire de 1886 à 1905.

(Aus den Ergebnissen der sanitärischen Rekrutenprüfungen. — *Extrait des résultats de l'examen sanitaire des recrues.*)

Rekruten des jüngsten Jahrganges, d. h. solche, die im nächstfolgenden Jahre das 20. Altersjahr zurücklegten. *Recrues de l'année courante, c.-à-d. celles qui atteignaient l'âge de 20 ans l'année suivante.*

Jahr Année	Total der untersuchten Rekruten Total des recrues visitées	Davon wegen — <i>Desquelles, pour cause de</i>									
		Krankheiten des Herzens und der grossen Gefässe <i>Maladies du cœur et des gros vaisseaux</i>					Leiden der Verdauungsorgane <i>Maladies des organes de la digestion</i>				
		zurückgestellt - <i>ajournées</i>		bleibend untauglich erklärt <i>exemptées définitive- ment</i>	Total	‰	zurückgestellt - <i>ajournées</i>		bleibend untauglich erklärt <i>exemptées définitive- ment</i>	Total	‰
		auf 1 Jahr <i>à un an</i>	auf 2 Jahre <i>à deux ans</i>				auf 1 Jahr <i>à un an</i>	auf 2 Jahre <i>à deux ans</i>			
1905	26,654	24	2	506	532	17.30	18	—	30	48	1.90
1904	26,310	31	—	458	489		12	1	24	37	
1903	26,564	29	—	386	415		23	—	33	56	
1902	27,232	29	—	428	457		19	—	42	61	
1901	26,754	20	3	394	417		18	—	34	52	
1900	26,282	37	1	312	350	13.39	16	—	28	44	1.95
1899	25,809	33	3	349	385		27	1	35	63	
1898	26,457	58	1	334	393		21	1	30	52	
1897	26,362	36	3	268	307		23	1	28	52	
1896	27,256	42	2	291	335		21	1	25	47	
1895	26,698	32	—	283	315	10.68	17	6	14	37	1.20
1894	26,326	29	3	242	274		25	7	15	47	
1893	25,241	42	1	246	289		14	—	11	25	
1892	24,521	22	—	210	232		11	4	9	24	
1891	24,511	28	4	217	249		8	—	12	20	
1890	23,265	23	2	199	224	7.58	15	1	16	32	1.01
1889	23,009	36	—	171	207		10	1	8	19	
1888	22,224	17	—	147	164		8	3	8	19	
1887	21,966	23	—	113	136		12	2	6	20	
1886	22,963	13	—	116	129		15	3	6	24	