Die statistische Verhältniskurve.

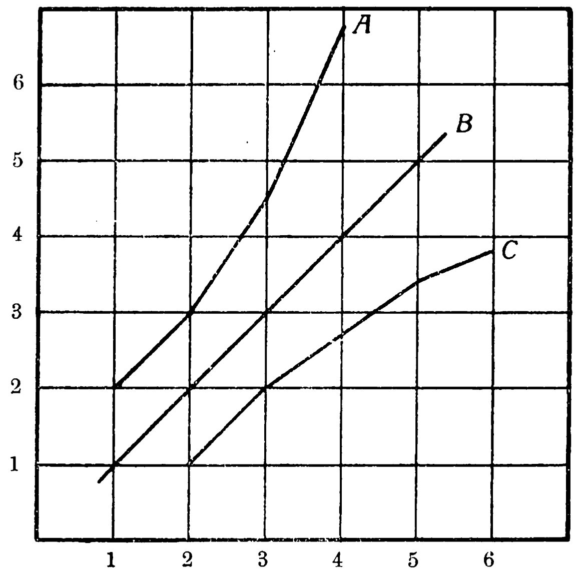
Von Dr. Julius Wyler, Bern.

Die graphische Darstellung mittelst statistischer Kurven verfolgt den Zweck, die Ergebnisse der Tabellen dem Auge vorzuführen, so dass eine Entwicklung oder Beziehung durch einen einzigen Blick erkannt werden kann. Man geht dazu in der Weise vor, dass in einem rechtwinkligen Koordinatensystem die gegenseitig abhängigen Grössen aufgetragen und die Koordinatenpunkte durch Strecken verbunden werden und in der Regel wird auf der Abszisse die Zeit, auf der Ordinate die Funktion des Zeitablaufs dargestellt.

Dieses Anschauungsmittel gilt als einwandfrei und zweckentsprechend, weshalb die theoretischen Untersuchungen über die statistischen Kurven sich kurz fassen konnten. Gerade vom Standpunkt einer sinnfälligen und richtigen Wiedergabe der Zahlen enthält aber die gebräuchliche Kurve eine Irreführung, so dass selbst dieses scheinbar erledigte Gebiet ein Problem in sich birgt. Statistiker englischer Zunge haben sich mit dem Gegenstand abgegeben, am ausführlichsten der bekannte amerikanische Nationalökonom *Irving Fisher,* dessen Gedankengang wir im folgenden wiedergeben [1]).

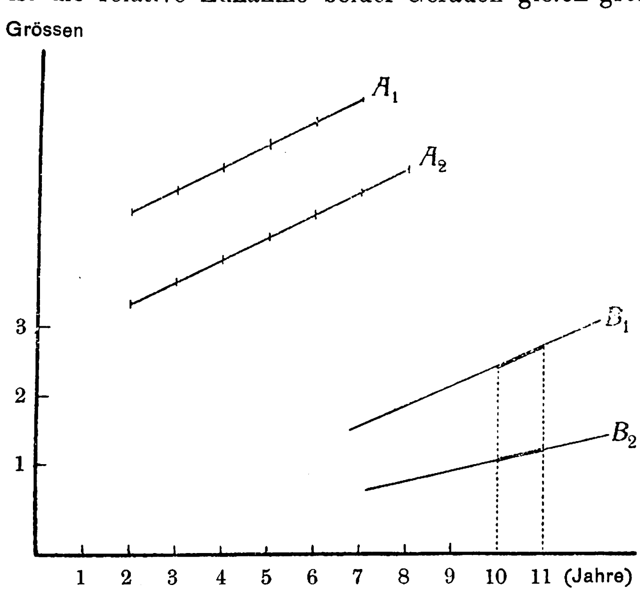
Eine gewöhnliche statistische Kurve bildet eine Gerade, wenn der Zuwachs in der Zeiteinheit sich gleich bleibt, nähert sich der Form einer Exponentialkurve bei steigender, einer Sinuskurve bei sinkender Zunahme. (Siehe Darstellung 1.)

In allen Kurven jedoch steigen die Beträge der Punkte, demnach wird bei sich gleich bleibender Zunahme der *relative* Zuwachs, die *Zuwachsquote* immer kleiner. In unserer 1. Darstellung sind die Zuwachsquoten der Kurve *B* sinkend, obwohl die Gerade dies nicht auf den ersten Blick zeigt. Bei *A* ist scheinbar eine übermässig steigende Tendenz vorhanden, trotzdem die Grössen um den gleichen Bruchteil zunehmen, bei *C* endlich nimmt die Zuwachsquote ab. Die Darstellung 2 verzeichnet 2 Linienpaare; das erste ist parallel und besitzt scheinbar die gleiche relative Zunahme, in Wirklichkeit wächst *A* 2 schneller als *A* 1; das Paar *B* zeichnet sich durch verschiedenen Winkel



Darstellung (1).

aus, folglich zeigt *B* 1 ursprünglich ein rascheres Wachstum als *B* 2, aber für die vorgeführte Teilstrecke ist die relative Zunahme beider Geraden gleich gross.



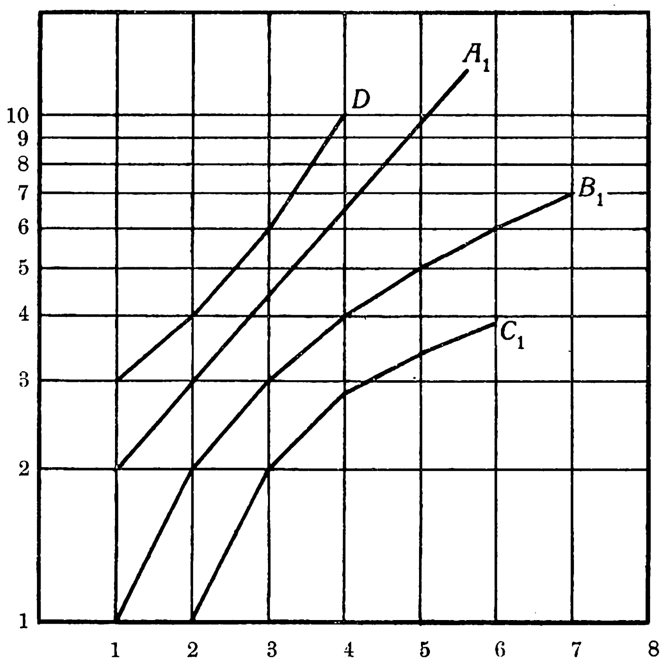
Darstellung (2).

[1]) *The „Ratio" chart,* For Plotting Statistics, by Professor *Irving Fisher,* Quarterly Publications of the American Statistical Association, June 1917.

Allgemein gesprochen: *Werden in einer Kurve die Unterschiede nach ihrer absoluten Grösse in der Abszisse verzeichnet (difference chart), so können weder verschiedene Teile der gleichen Kurve noch Kurvenstücke verschiedener absoluten Höhen oder verschiedener Steigungswinkel miteinander verglichen werden, ohne den relativen Betrag der Zunahme (oder Abnahme) in falschem Lichte zu sehen.* „An inch on the end of one's nose is exactly as much as an inch added to the height of the Washington Monument."

Zur Überwindung dieser Schwierigkeit dienen schon längst die *logarithmischen Kurven,* deren Ableitung aber nicht von jedermann verstanden wird. Deswegen versucht Fisher das gleiche Prinzip in einfacher den Begriff des Logarithmus nicht erfordernder und doch theoretisch richtiger Weise mit Hülfe seiner *Verhältniskurve* (ratio chart) durchzuführen [1]).

Im Koordinatensystem der gewöhnlichen Kurve (difference chart) wird die Einheit des absoluten Zuwachses auf der Ordinate aufgetragen, in der Verhältniskurve die Einheit des *relativen* Zuwachses. Die zu vergleichenden statistischen Grössen stellen nun *geometrische Reihen*, mit der Zuwachsquote als Quotienten dar, während sie in der „difference chart" arithmetische Reihen bilden, deren Differenz gleich dem absoluten Zuwachs ist. Aus der folgenden Darstellung (3) ist die Änderung ersichtlich: Die Gerade B



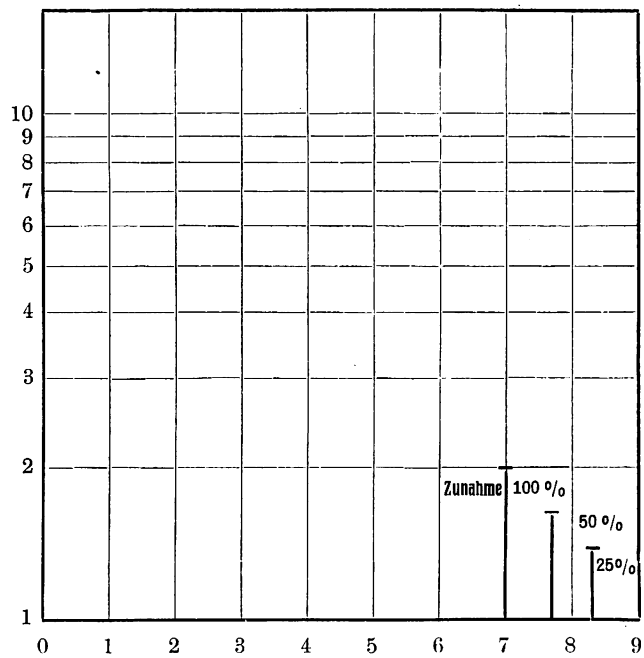
Darstellung (3).

[1]) Siehe darüber *Bowley*: Elements of Statistics. Logarithmic Curves, Seiten 188—196; ferner *Auerbach*: Graphische Darstellung, Sammlung „Aus Natur und Geisteswelt", wo auf Seiten 24—26 die von uns behandelte Frage Berücksichtigung findet.

der Darstellung (1) zeigt nun in B_1 die sinkende, die Kurve A in A_1 die gleichbleibende Zunahme, indem sie als Gerade erscheint. Die eine abnehmende Zunahme aufweisende Kurve C kehrt in C_1 wieder; natürlich erscheint der Rückgang verstärkt. Schliesslich führen wir mit D eine Kurve vor, deren Zuwachs, auch dem Verhältnisse nach wächst.

Da in der geometrischen Reihe 2, 4, 8 .... jeder Zwischenwert interpoliert werden kann, ist es möglich, ein Feld von vornherein nach den entwickelten Grundsätzen einzuteilen, was zu dem sogenannten „Logarithmenpapier" führt, das käuflich erhältlich ist [1]).

In der folgenden Darstellung sind neben der Skala, noch die Prozentquoten angegeben denen eine Zuwachsstrecke entspricht (4).



Darstellung (4).

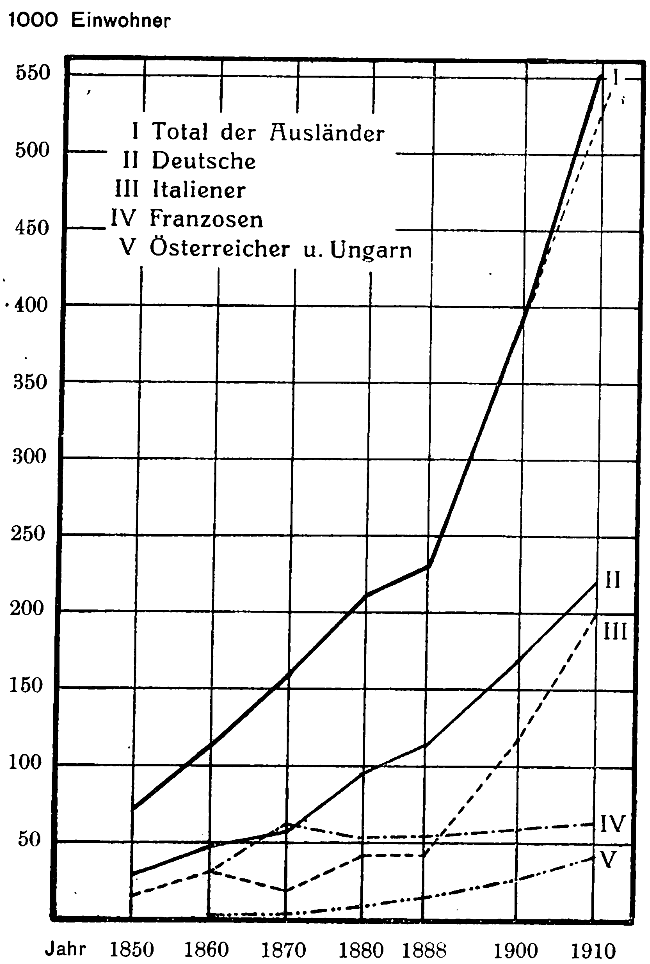
[1]) Sofern dies nicht der Fall ist, sollen die folgenden Werte berechnet, nach der Formel $z = 2^x$, wobei z der Reihe nach die Werte 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... annimmt die Konstruktion des Feldes erleichtern.

z	x	z	x	z	x
1	0	9	3.17	17	4.07
2	1	10	3.32	18	4.16
3	1.58	11	3.45	19	4.24
4	2.00	12	3.58	20	4.32
5	2.32	13	3.70	25	4.64
6	2.58	14	3.81	30	4.88
7	2.81	15	3.90	35	5.13
8	3.00	15	4.00	40	5.32

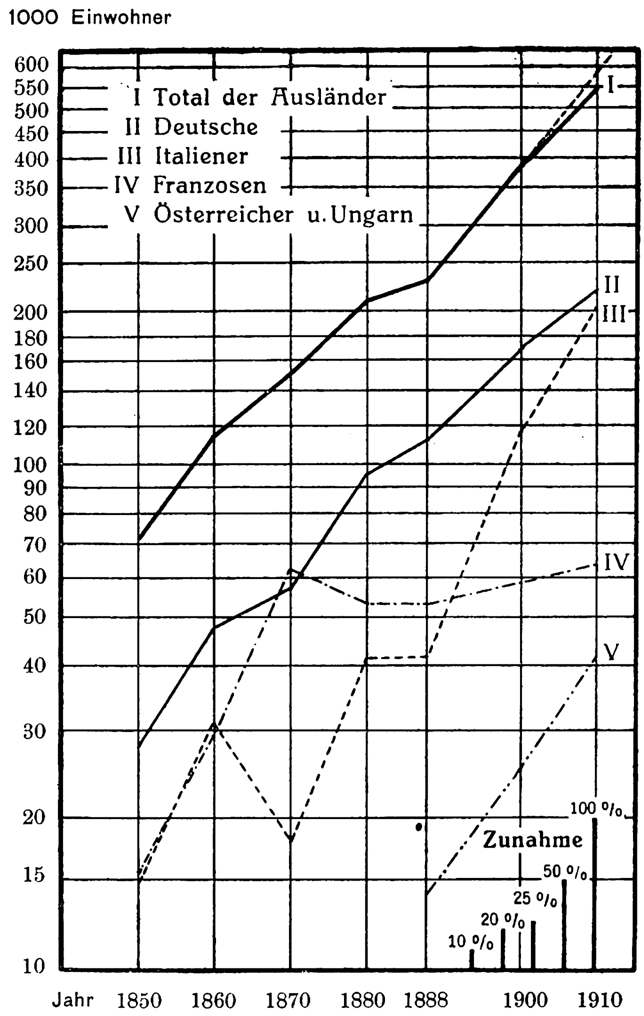
So einfach die Ableitung der logarithmischen Kurve, besonders für den mathematisch Gebildeten, ist, so schwierig, wenigstens umständlich und zeitraubend ist die Berrchnung der Einheitswerte, die Linierung und die genaue Festsetzung der statistischen Grössen. Der anschaulichste und zur Drucklegung geeignetste Massstab kann nur durch Ausprobieren herausgefunden werden, und mit steigenden Zahlen hört jede Exaktheit auf. Das ist unseres Erachtens der bedeutendste Mangel dieser Kurven; daneben besitzt sie natürlich die Fehler ihrer Tugenden. Soll sie Verhältnisgrössen darstellen, so muss sie auf Wiedergabe absoluter Veränderungen verzichten, das eine tun, heisst das andere lassen. Da die Einheiten sich mit steigenden Zahlen verkürzen, wird die absolute Zunahme gefälscht. Der Statistiker wird durch Übung die Korrektur in Gedanken selbst vornehmen können, vor allem, wenn, was sehr zu empfehlen ist, die arithmetische Kurve in allen Fällen der „ratio chart" gegenübergestellt wird. Der Laie hingegen wird das Problem und noch mehr die Konstruktion unverständlich finden. Deshalb gehört die logarithmische Kurve dem esoterischen Rüstzeug des Statistikers an, erweist sich aber dann als wertvolle, leider viel zu wenig angewandte Bereicherung seiner Hülfsmittel.

Überall wo Kurven mit starken Schwankungen, Entwicklungen oder verschiedene Kurven ungleicher Höhen, vor allem Zerlegungen einer Hauptkurve verglichen werden, bildet die logarithmische Kurve ein feines Erkenntnismittel, nicht nur ein analytisches, sondern oft ein synthetisches, das unsere Aufmerksamkeit auf Tatsachen lenkt, die uns die arithmetische Kurve, nicht selten die gewöhnliche Tabelle, vorenthält.

In den folgenden beiden Beispielen haben wir die dargelegte Methode an zwei wichtigen Erscheinungen unseres Landes angewandt und sie der gewöhnlichen gegenübergestellt. Darstellungen 5 *a, b* geben uns die Zunahme der Ausländer von 1850—1910 in ihrer Gesamtheit und unterschieden nach den vier benachbarten Staaten, die 95 % der Landesfremden liefern. Nur in der zweiten ist ersichtlich, dass regelmässig



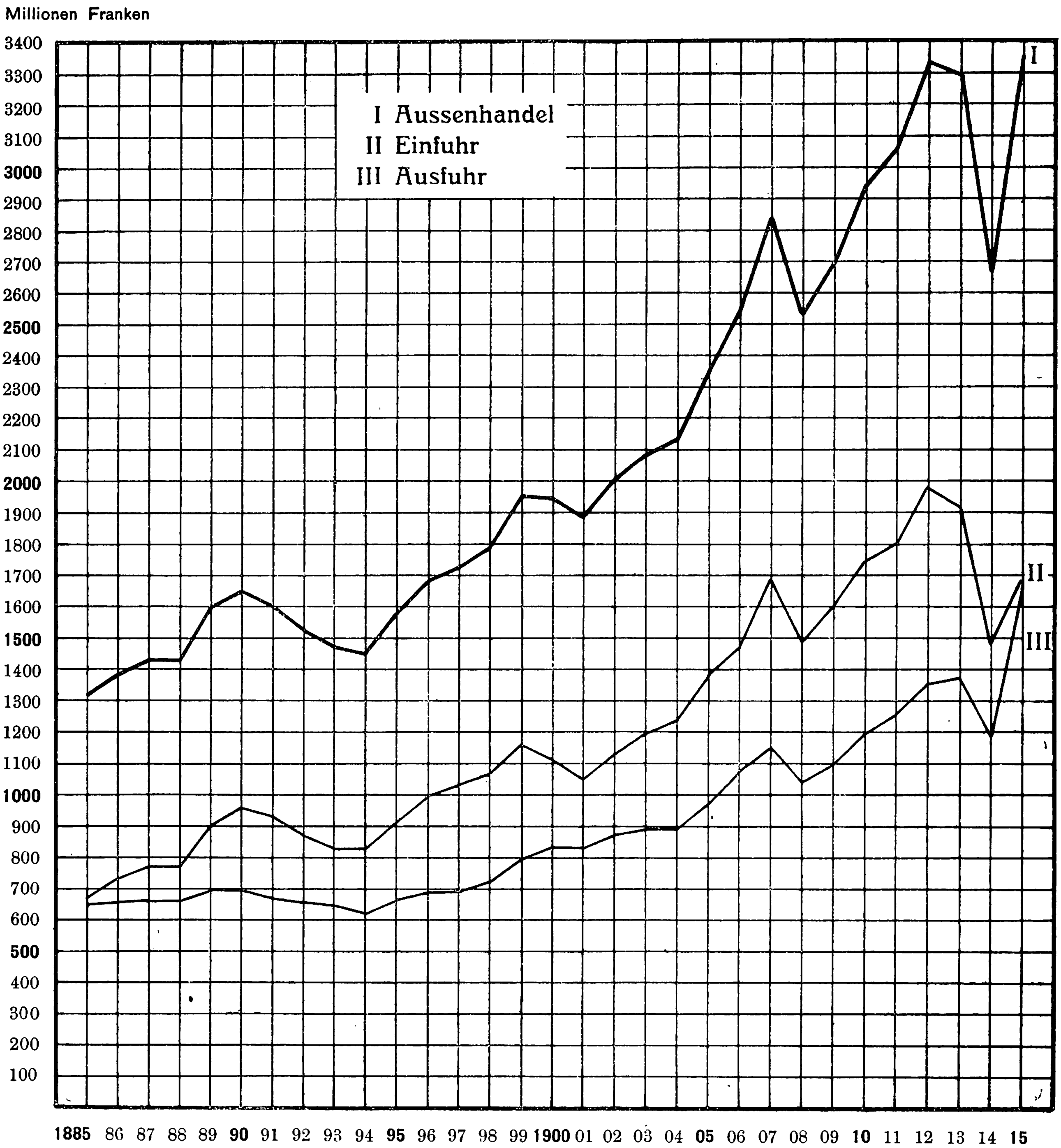
Darstellung (5a).



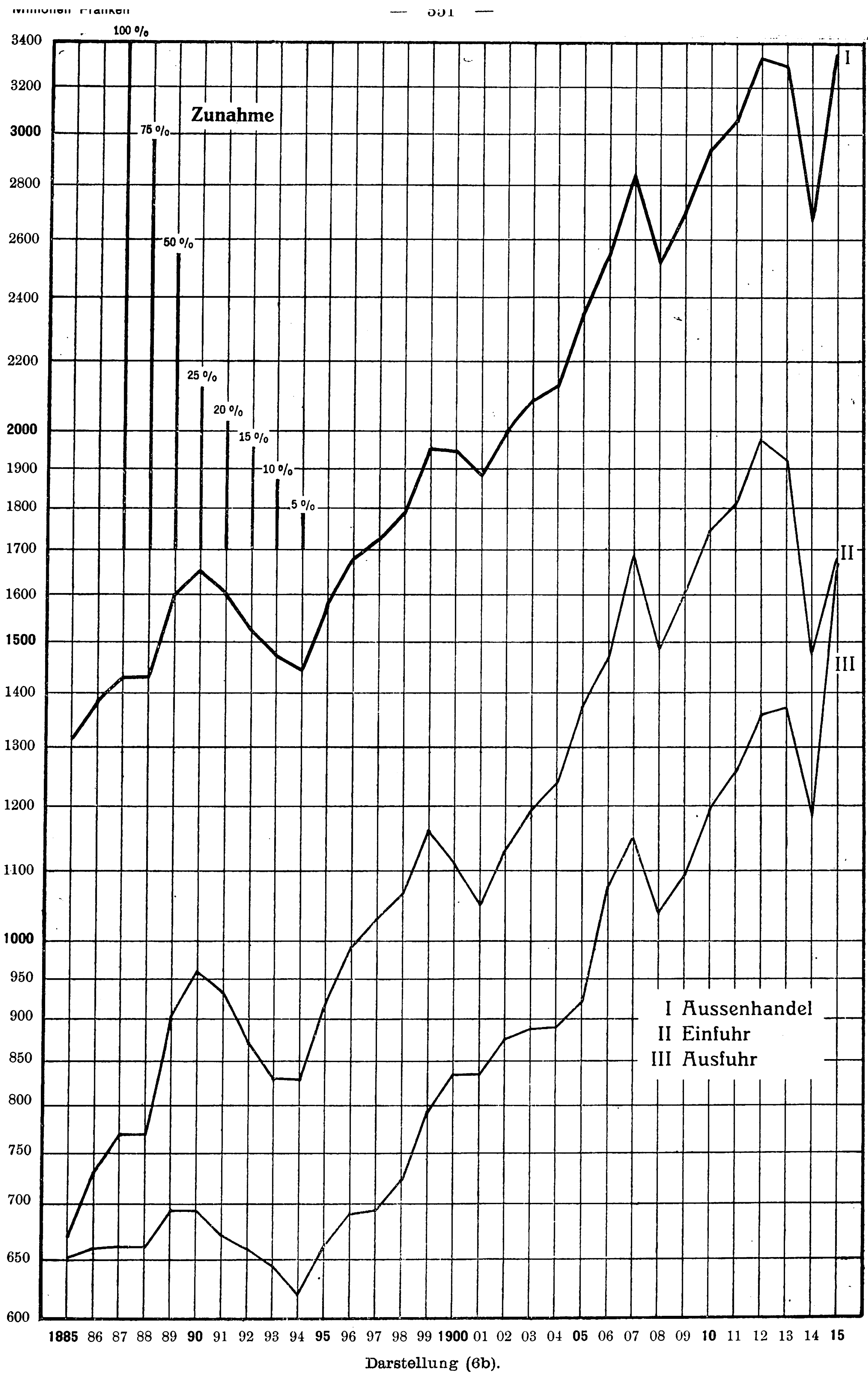
Darstellung (5b).

eine Periode starker Zunahme mit einer wechselt, deren Zuwachs relativ geringer ist, obwohl die Vermehrung des Zeitraumes 1900—1910 die grösste ist, steht sie, unter dem Gesichtspunkt der Relativität, gegenüber 1850—1860 und 1888—1900 zurück. Die Kurve der Italiener steigt in 5 *b* rascher und die der Franzosen zeigt eine lebhaftere Entwicklung.

Das zweite Beispiel (Darstellung 6 *a, b*) das den Verlauf des auswärtigen Handels veranschaulicht, kennzeichnet die Entwicklung in der 2. Kurve viel schärfer, wodurch die verschiedenen, von Krisen unterbrochenen Perioden, besser unterschieden werden und das Tempo der Zunahme des Aussenhandels im wahren Lichte erscheint. Es geht aus dieser Darstellung deutlich hervor wie der Import von den Konjunkturen im allgemeinen stärker betroffen wird als der Export; aus der arithmetischen Kurve können und dürfen wir diese Gesetzmässigkeit nicht ableiten.



Darstellung (6a).



Darstellung (6b).