

Über die Verteilungssysteme der Proportionalwahl.

Von Dr. Georg Pólya, Privatdozent an der eidg. Technischen Hochschule, Zürich.

Unter den mannigfachen Bestimmungen, die das Gesetz über Proportionalwahl zu treffen hat, ist eine der wesentlichsten die Vorschrift, die die Verteilung der Sitze regelt. Es sind viele Systeme der Sitzverteilung bekannt, in der Schweiz selber sind gegen zehn verschiedene eingeführt. Die Debatte über die Frage, welches System vorzuziehen ist, kann sich um so mehr ausdehnen, weil man verschiedene, teilweise auch einander widersprechende Gesichtspunkte geltend machen kann.

Wie ich kürzlich an anderem Ort¹⁾ hervorgehoben habe, sind einige den Gegenstand betreffende Fragen über jeder Kontroverse erhaben und einer exakten statistischen und mathematischen Behandlung zugänglich. In vorliegender Arbeit beabsichtige ich alle wichtigeren Verteilungssysteme zu behandeln und insbesondere diejenigen, die in der Schweiz üblich sind. Ich werde meine Ansichten und Resultate über folgende drei Fragen darlegen:

Inwieferne kann vernünftigerweise davon gesprochen werden, dass ein System prinzipiell richtig ist?

Inwieweit sind die verschiedenen Systeme imstande, die proportionelle Vertretung trotz der Wahlkreiseinteilung im ganzen Lande zu bewirken?

Wie verhalten sich die verschiedenen Systeme den Wahlbündnissen gegenüber?

Ich will die beiden letzten Fragen an der Hand von detailliertem statistischem Belegmaterial behandeln.

Das letzte Wort in diesen Fragen gebührt, meiner Ansicht nach, der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Ich habe mich auch durch mathematische Resultate bei der Bearbeitung des Stoffes leiten lassen. Ich beschränke mich aber darauf, diese Resultate genau auszusprechen, an Beispielen zu erläutern und statistisch zu verifizieren. Mathematische Ableitungen habe ich gänzlich unterdrückt, sodass bei dem Leser nicht einmal die Kenntnis der Buchstabenrechnung vorausgesetzt wird, nur eine gewisse Schulung der quantitativen Auffassung, die zu jeder statistischen Lektüre erforderlich ist.

¹⁾ Schweizerisches Zentralblatt für Staats- und Gemeindeverwaltung.

I. Beschreibung der Verteilungssysteme¹⁾.

Ich werde im ganzen elf verschiedene Verteilungssysteme beschreiben. Acht davon sind zurzeit in der Schweiz eingeführt, zwei andere waren vorher eingeführt; das elfte, das ich betrachte, ist nur ein rein theoretisches System. Schon diese Zahlen zeigen, dass die Auffindung einheitlicher Gesichtspunkte in dieser Materie sehr nötig wäre. Ich will die verschiedenen Systeme nach ihrer 'natürlichen Verwandtschaft gruppieren, durch charakteristische Namen unterscheiden, in eine kurze Rechenvorschrift konzentrieren und an einem Beispiel erläutern. Ich habe mich bemüht, die Rechenvorschriften so kurz, durchführbar und bestimmt zu gestalten, dass sie in die Texte der Gesetze aufgenommen werden könnten. Ich vermied die Trübung des Rechenverfahrens durch vorzeitige Vernachlässigung der Brüche. Endlich war ich bestrebt, das Wesen der Sache hervorzuheben, den innern Grund, wo einer vorhanden war, durchblicken zu lassen und legte Wert auf Plausibilität. Die wirklichen Gesetzestexte scheinen auf diesen Punkt wenig Wert zu legen.

Ich werde zur Erläuterung aller Vorschriften dasselbe Beispiel beibehalten, nämlich das folgende: in einem Wahlkreis haben 20,000 Wähler 20 Vertreter zu wählen. Die Stimmen verteilen sich auf fünf Listen folgendermassen:

10,560	4580	2570	1530	760.
--------	------	------	------	------

Die Mandate sollen diesen Stimmenzahlen proportional an die Listen zugeteilt werden. Diesen Grundsatz legen die verschiedenen Gesetze sehr verschieden aus, wie wir sofort sehen werden.

Ich beginne die Aufzählung der Systeme.

1. Das System der stärksten Bruchzahlen oder kürzer das **Bruchzahlverfahren** lässt sich in folgender Vorschrift zusammenfassen:

¹⁾ Für geschichtliche Daten vgl. Klöti, Die Proportionalwahl in der Schweiz. Geschichte, Darstellung und Kritik. Diese Zeitschrift, 37. Jahrgang (1901), S. 157—310. Für die zurzeit gültigen Einrichtungen, Klöti, Die Texte der schweizerischen Verhältnisswahlgesetze (Zürich, Grütliverein, 1909). Für die wichtigeren Änderungen in neuerer Zeit — Einführung der Proportionalwahl im Kanton St. Gallen, in Stadt und Kanton Zürich, Quorumbestimmung in Genf — die betreffenden Amtsblätter.

„Es sind so viele Einheiten, als Sitze zu vergeben sind, auf die einzelnen Listen zu verteilen, und zwar in genauem Verhältnis der Stimmen, die jede Liste auf sich vereinigt hat. Jede Liste erhält zunächst so viel Sitze, als ihr Anteil Ganze in sich begreift. Von dem Rest wird je ein Sitz der Reihenfolge nach denjenigen Listen zugeteilt, deren genauen Anteile die grössten Bruchzahlen aufweisen, bis alle Sitze bestellt sind.“

Die genauen Anteile sind nach dem Dreisatz zu berechnen. In unserm Falle, wo auf 1000 Wähler des Wahlkreises ein Vertreter entfällt, sind sie ersichtlicher-
weise

10.56 4.58 2.57 1.53 0.76.

Diese Anteile enthalten jeweilen

10 4 2 1 0

Ganze; soviel Sitze erhalten also die Parteien bei der ersten Verteilung. Der übrigbleibende Rest beträgt drei Sitze. Werden letztere nach Massgabe des letzten Satzes der Vorschrift zugewiesen, so entsteht die endgültige Verteilung

10 5 3 1 1.

Das Bruchzahlverfahren war früher in Genf üblich. Heute ist es in der Schweiz nirgends in reiner Form eingeführt, sondern mit verschiedenen Nebenbestimmungen, die, genau genommen, zu neuen Systemen Anlass geben. So entsteht z. B.:

2. Das Bruchzahlverfahren mit dem Wahlquotienten als Quorum, oder kürzer das Freiburger Verfahren. Dieses unterscheidet sich vom vorangehenden System durch folgende zusätzliche Bestimmung¹⁾:

„Solche Listen jedoch, deren genauer Anteil weniger als eine Einheit beträgt, sind aus der Verteilung des Restes und folglich aus der Verteilung überhaupt ausgeschlossen.“

In unserm Falle kann also die letzte Liste an der Verteilung überhaupt nicht partizipieren. Der Rest fällt den grössten Bruchzahlen der übrigbleibenden vier Listen zu. So ergibt sich die Verteilung

11 5 3 1 0.

Man kann die Vorschrift auch so fassen, dass solche Parteien aus der Verteilung auszuschliessen sind, deren Stimmenzahl den „Wahlquotienten“, d. h. Gesamtstimmenzahl geteilt durch Anzahl der Sitze, nicht erreicht. Das Verfahren wird bei Gemeindewahlen in den Kantonen Freiburg und Tessin angewendet.

3. Das Bruchzahlverfahren mit der Luzerner Zusatzbestimmung. Diese Zusatzbestimmung lautet so:

¹⁾ Im Fall von mehr als vier Listen könnte diese Verfügung Zweideutigkeit veranlassen.

„Wenn jedoch eine der Listen die absolute Majorität der Stimmen auf sich vereinigt hat, so wird ihr ohne weiteres der erste Sitz aus dem Rest zugesprochen, und der eventuell noch übrigbleibende Rest verteilt sich auf die übrigen Listen, nach Massgabe der grössten Bruchzahlen.“

In unserm Beispiel stellt sich der in der Zusatzbestimmung vorgesehene Fall tatsächlich ein. Nachdem die grösste Partei ihren Anteil aus dem Rest erhalten hat, werden die übrigbleibenden zwei Sitze an die grössten Reste vergeben. So entsteht die Verteilung

11 5 2 1 1.

Wir sehen, dass die Freiburger und Luzerner Nebenbestimmungen in unserm Beispiel zu Ergebnissen führen, die voneinander und von dem Ergebnis des reinen Bruchzahlverfahrens verschieden sind. Die Luzerner Nebenbestimmung bildet den Übergang zum nächsten System.

4. Das System der stärksten Listen, oder kürzer das Neuchâtelers Verfahren lässt sich in folgender Vorschrift zusammenfassen:

„Es sind so viele Einheiten, als Sitze zu vergeben sind, auf die einzelnen Listen in genauem Verhältnis der Stimmen zu verteilen, die jede Liste auf sich vereinigt hat. Jede Liste erhält zunächst so viele Sitze, als ihr Anteil Ganze in sich begreift. Von dem Rest wird je ein Sitz der Reihenfolge nach denjenigen Listen zugeteilt, welche die meisten Stimmen erhalten haben, bis alle Sitze bestellt sind.“

Die erste Verteilung fällt also ebenso aus wie bei dem Verfahren der stärksten Bruchzahlen, der Unterschied liegt in der Verteilung des Restes. In unserm Beispiel ergibt das Neuchâtelers Verfahren die Verteilung

11 5 3 1 0.

In Neuchâtel selber ist das Verfahren nicht in reiner Form, sondern mit einer Zusatzbestimmung gültig, die das Wahlresultat empfindlich beeinträchtigen kann und sich nur unwesentlich von der sofort zu erläuternden Vorschrift unterscheidet.

5. Das Neuchâtelers Verfahren mit 15 % Quorum fügt der unter 4. gegebenen Vorschrift folgende Zusatzbestimmung hinzu:

„Solche Listen jedoch, die weniger Stimmen erhalten haben als 15 % aller Stimmen, werden aus der Verteilung überhaupt ausgeschlossen und die auf sie fallenden Stimmen werden als nicht abgegeben betrachtet.“

Diese Bestimmung erklärt in unserm Beispiel alle Stimmen der dreikleinsten Listen als ungültig. Werden 20 Einheiten in zwei den Stimmenzahlen der beiden grössten

Parteien proportionale Teile geteilt, so erhält man die Zahlen 13.⁹⁶ und 6.⁰⁴. Durch Anwendung der Vorschrift 4 entsteht nun die Verteilung

14 6 0 0 0.

6. Das System der allerstärksten Liste schreibt dieselbe erste Verteilung vor, die auch das Bruchzahlverfahren und das Neuchâtelers Verfahren vorschreiben, es weist nur den ganzen ungeteilten Rest der allerstärksten Partei zu. In unserem Beispiel werden nach diesem Verfahren

13 4 2 1 0

Kandidaten der in Frage stehenden Listen als gewählt erklärt. Das Verfahren der allerstärksten Liste war früher in Neuchâtel eingeführt.

7. Das System der stärksten Bruchzahlen mit dem Hagenbachschen Quotienten, das ich kurz als **St. Galler Verfahren** bezeichnen werde, schreibt folgendes vor:

„Es sind *um Eins mehr* Einheiten, als Sitze zu vergeben sind, auf die einzelnen Listen in genauem Verhältnis der Stimmen zu verteilen, die jede Liste auf sich vereinigt hat. Jede Liste erhält zunächst so viel Sitze, als ihr Anteil Ganze in sich begreift. Von dem eventuellen Rest wird je ein Sitz der Reihenfolge nach denjenigen Listen zugeteilt, deren genauen Anteile die grössten Bruchzahlen aufweisen, bis alle Sitze bestellt sind.“

Die fraglichen genauen Anteile sind nach dem Dreisatz

$\frac{10560 \times 21}{20,000}$	$\frac{4580 \times 21}{20,000}$	$\frac{2570 \times 21}{20,000}$	$\frac{1530 \times 21}{20,000}$	$\frac{760 \times 21}{20,000}$
----------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	--------------------------------

oder ausgerechnet

11.088 4.809 2.6985 1.6065 0.798

Sie enthalten bzw.

11 4 2 1 0

Ganze, so viele Sitze sind also den betreffenden Listen in erster Verteilung zuzuweisen. Der Rest beträgt zwei Sitze. Werden diese den grössten Bruchteilen zugeteilt, so sind

11 5 2 1 1

Kandidaten der betreffenden Listen endgültig als gewählt erklärt. Das Verfahren wurde neuerdings im Kanton St. Gallen eingeführt und ist schon seit längerer Zeit in den Städten Bern und Biel gültig.

Den Hagenbachschen Quotienten: Gesamtzahl der Wähler geteilt durch Anzahl der Sitze und Eins, hat man, etwas ostentativ, auch den echten Quotienten genannt. Bei Heranziehung des echten Quotienten wird der nach der ersten Verteilung verbleibende Rest im allgemeinen um eine Einheit kleiner, wie das auch

in unserem Beispiel der Fall ist. Der heikle Punkt, die Verteilung des Restes, wird um ein Stück herausgeschoben, das Verfahren gewinnt an äusserlicher Gleichmässigkeit. Sollte man aber meinen, dass das Verfahren zugleich auch innerlich besser wurde und an Gleichmässigkeit den Wählern oder den Parteien gegenüber gewonnen hat, so wäre das reine Einbildung. Auf diesen Punkt soll noch zurückgekommen werden.

8. Das System der stärksten Listen mit dem Hagenbachschen Quotienten, oder das Zuger Verfahren, gibt folgende Regel:

„Es sind um Eins mehr Einheiten, als Sitze zu vergeben sind, auf die einzelnen Listen in genauem Verhältnis der Stimmen zu verteilen, die jede Liste auf sich vereinigt hat. Jede Liste erhält zunächst so viel Sitze, als ihr Anteil Ganze in sich begreift. Bleibt ein Rest übrig, so wird daraus je ein Sitz der Reihenfolge nach denjenigen Listen zugeteilt, welche die meisten Stimmen erhalten haben, bis alle Sitze bestellt sind.“

Die fraglichen genauen Anteile der Listen und die erste Verteilung fallen ebenso aus wie beim vorangehenden St. Galler Verfahren. Der Rest besteht aus zwei Sitzen. Wird er den grössten Parteien zugeteilt, so erhalten die Listen jeweilen

12 5 2 1 0

Vertreter. Die scheinbare Ungleichmässigkeit ist jetzt kleiner, als es bei dem Neuchâtelers Verfahren der Fall war, es sind nur 2 anstatt 3 Restmandate zu vergeben. Jedoch die grösste Partei gewinnt dabei und erhält 12 Sitze anstatt 11.

Das Verfahren ist im Kanton Zug adoptiert und es verhält sich ebenso zum St. Galler Verfahren wie das Neuchâtelers Verfahren zum Bruchzahlverfahren.

9. Das System der allerstärksten Liste mit dem Hagenbachschen Quotienten will ich kurz das **Solothurner System** nennen. Seiner ausführlicheren Benennung entsprechend schreibt es dieselbe erste Verteilung vor, die auch das St. Galler und Zuger Verfahren vorschreiben, es weist nur den ganzen ungeteilten Rest der allerstärksten Partei zu. In unserem Beispiel werden nach diesem Verfahren

13 4 2 1 0

Sitze den betreffenden Listen zugewiesen.

Sehr verschieden von den vorangehenden Systemen ist das nächstfolgende.

10. Das **D'Hondtsche System** ist zurzeit von Fachschriftstellern und Gesetzgebungen zumeist bevorzugt. Es ist in den Kantonen Basel-Stadt, Genf und Schwyz, in Stadt und Kanton Zürich eingeführt. Die Vertei-

lungsregel dieses Systems lässt sich auf sehr verschiedene Formen bringen. Ich bevorzuge die folgende Fassung:

„Die Sitze sind nacheinander zu verteilen. Der erste Sitz kommt derjenigen Liste zu, die durch die meisten Stimmen unterstützt wird. Sind schon einige Sitze vergeben, jedoch nicht alle, so soll der nächste Sitz so zugeteilt werden, dass der neu erwählte Vertreter durch möglichst viele Stimmen unterstützt wird. Dabei sind den gewählten Kandidaten derselben Liste die auf die Liste gefallenen Stimmen zu gleichen Teilen gutzuschreiben.“

Der Sinn der Vorschrift lässt sich am besten an einem Beispiel auseinandersetzen. Die Listen erhielten in dem unsrigen

10560 4580 2570 1530 760

Stimmen. Der erste Sitz kommt der ersten Liste zu, die die meisten Stimmen erhalten hat. Würde auch der zweite Sitz ihr zukommen, so hätte sie zwei gewählte Vertreter und jedem der beiden wären 10560:2 = 5280 Stimmen gutzuschreiben. Wird hingegen der zweite Vertreter irgendeiner der 4 andern Listen zugeteilt, so wird er durch die ganze Stimmkraft der betreffenden Listen unterstützt, als deren vorderhand einziger Vertreter. Der zweite Vertreter erhält trotzdem die grösste Unterstützung als Vertreter der ersten Liste. Er wird also dieser zugeteilt. Ein dritter Vertreter derselben ersten Liste würde bloss durch den dritten Teil der darauf gefallenen, d. h. durch 3520 Stimmen unterstützt. Das ist weniger als die ganze Stimmkraft der zweiten Liste, d. h. 4580 Stimmen. Die zweite Liste hatte aber bisher keinen Vertreter und so wird ihr der dritte Sitz zugesprochen. Der Leser kann die Verteilung weiter fortsetzen. Am Ende wird er finden, dass den Listen insgesamt

12 5 2 1 0

Vertreter zukommen.

Die hier gegebene Vorschrift ist plausibel und zugleich vollständig bestimmt. Sie führt nur zu einer tastenden Berechnung, bzw. sie erfordert bei jedem Schritt eine neue Überlegung. Sie lässt sich aber leicht ganz einförmig und mechanisch durchführen, wenn man sich eine übersichtliche Tabelle anlegt, in deren ersten Zeile die Stimmenzahlen, in der zweiten Zeile ihre Hälften, in der dritten Zeile ihre Drittel, in der vierten ihre Quotienten durch vier usw. alle eventuell nötigen Quotienten verzeichnet sind. Die Vorschrift kommt darauf hinaus, die grössten Zahlen dieser Quotiententafel der Reihe nach aufzusuchen. Ich bringe die Tafel für mein ständiges Beispiel nachstehend. Die 20 grössten Quotienten sind durch fetten Druck hervorgehoben.

Divisor	1	10560	4580	2570	1530	760
„	2	5280	2290	1285	765	380
„	3	3520	1526	856	510	253
„	4	2640	1145	642	382	
„	5	2112	916	514		
„	6	1760	763			
„	7	1508				
„	8	1320				
„	9	1173				
„	10	1056				
„	11	960				
„	12	880				
„	13	812				

So erkennt man das wohlbekannte klassische Rechenverfahren von D'Hondt. Es gibt, wie gesagt, noch verschiedene andere Verfahren, die zu demselben Resultate führen können. In der Schweiz ziehen die Gesetze das Hagenbachsche Rechenverfahren vor, das von allen am schnellsten auszuführen und am schwierigsten zu verstehen ist.

11. Das Verfahren von Sainte-Laguë ist nirgendwo, weder in der Schweiz noch ausserhalb, eingeführt; ich will es aber wegen seiner theoretischen Wichtigkeit hier erwähnen. Seine Rechenvorschrift ist der D'Hondtschen sehr ähnlich und lautet so:

„Man stelle eine Tabelle her, in deren erster Zeile die Stimmenzahlen enthalten sind, die die verschiedenen Listen auf sich vereinigt haben. In der zweiten Zeile stehen die Quotienten dieser Stimmenzahlen durch 3, in der nächsten durch 5 usw. durch die ungeraden Zahlen. Die Quotienten, die in derselben Spalte stehen, haben alle denselben Dividenden, nämlich die Stimmenzahl der betreffenden Liste. Man suche in dieser Tabelle so viel möglichst grosse Zahlen auf, als Sitze zu vergeben sind. Jede Liste erhält so viel Vertreter, als Zahlen von diesen aufgesuchten Grössten in ihrer Spalte enthalten sind.“

In unserem Beispiel gestaltet sich die Tabelle so:

Divisor	1	10560	4580	2570	1530	760
„	3	3520	1526	856	510	253
„	5	2112	916	514	306	152
„	7	1508	654	367	218	
„	9	1173	508	285		
„	11	960	416			
„	13	812				
„	15	704				
„	17	621				
„	19	555				
„	21	502				

Die 20 grössten Zahlen sind durch fetten Druck hervorgehoben. Sie zeigen an, dass nach dem System von Sainte-Laguë von den Kandidaten unserer Listen jeweilen

10 4 3 2 1
als gewählt erklärt werden müssen.

Eine plausiblere Formulierung liesse sich erdenken. Auf die theoretische Grundlage des Systems muss ich später zurückkommen.

Wie der Leser sieht, ist ein erschreckliches Durcheinander von Systemen in Vorschlag gebracht und sogar praktisch durchgeführt worden.

Bei näherer Betrachtung lassen sich zwar gemeinsame Züge dieser Systeme erkennen. So z. B., wenn es sich nur um einen einzigen Sitz handelt, ist nach dem Sinne aller Vorschriften dieser einzige Sitz der relativen Mehrheit zuzuteilen. Sieht man aber von dem Neuchâtel Verfahren mit dem künstlichen 15%-Quorum ab, so geben alle Verfahren den Listen *mindestens* so viel Vertreter, als ihnen die bei dem Bruchzahlverfahren vorzunehmende erste Verteilung zuweist. Es handelt sich also immer nur um die verschiedenen Verteilungen der daselbst verbliebenen Restmandate. Wenn nur zwei Listen sich um die Mandate bewerben, dann geben verschiedene, äusserlich sehr unähnliche Verfahren zu übereinstimmenden Verteilungen Anlass: Das Bruchzahlverfahren entscheidet ebenso wie das von Sainte-Laguë, die Solothurner, Zuger und St. Galler Systeme stimmen in ihrer Entscheidung miteinander und mit dem D'Hondtschen System völlig überein usw. Sogar im Falle von drei Listen sind die Solothurner und Zuger Verfahren voneinander nicht verschieden.

In unserem Beispiel geben aber die 11 Verteilungssysteme zu 7 verschiedenen Verteilungen Anlass (vgl. die Tabelle A I im Anhang) und mit etwas mehr Mühe könnte man schon ein etwas komplizierteres Beispiel zusammenbringen, wo die 11 verschiedenen Systeme über ein und dasselbe Abstimmungsergebnis auf 11 verschiedene Weisen urteilen. Die Auswahl ist zu gross. Man sollte meinen, dass ein richtiges und richtig verstandenes Prinzip in einem konkreten Falle nur zu einer einzigen und nicht zu 7 verschiedenen Entscheidungen führen kann.

II. Erläuterung durch ein analoges Problem.

Wo der eigentliche Kernpunkt der Schwierigkeit liegt, das glaube ich am klarsten durch folgende kleine Erzählung zeigen zu können.

Drei Richter haben in einem Straffall zu urteilen. Sie sind über den Fall prinzipiell völlig einig, ziehen denselben Paragraphen des Gesetzes heran. Der herangezogene Paragraph lässt jedoch einen gewissen Spielraum für die Strafe frei, indem er etwa eine Gefängnisstrafe von 10—20 Jahren vorschreibt. Die prinzipielle Einigkeit der Richter hört aber bei diesem Punkte noch nicht auf und die drei beschliessen, sich möglichst

eng an die Präzedenzfälle zu halten. Sie finden fünf Fälle, die dem vorliegenden Fall ähnlich scheinen und in diesen fünf Fällen lauteten die Urteile bzw. auf

11 12 13 15 19

Jahre Gefängnis. Die drei Richter sind einig in der Bestrebung, möglichst wenig von diesen überlieferten Urteilssprüchen abzuweichen.

Der erste Richter nimmt die mittelste der fünf Strafausmasse und erkennt auf 13 Jahre Gefängnis.

Der zweite Richter nimmt das arithmetische Mittel der fünf Strafausmasse, und bestimmt

$$\frac{11 + 12 + 13 + 15 + 19}{5} = 14$$

Jahre als Strafe.

Der dritte Richter nimmt das arithmetische Mittel der beiden äussersten Strafausmasse und entscheidet sich für

$$\frac{11 + 19}{2} = 15$$

Jahre Gefängnisstrafe.

Alle drei Entscheidungen sind plausibel, alle drei Strafen berechnen sich einfach aus den überlieferten, aber welche Entscheidung entspricht zumeist dem Grundsatz, den die drei Richter anerkannten, das ist die Frage. Sie folgten alle drei dem Grundsatz, möglichst genau die Tradition zu wahren.

Wenn wir auf diesen etwas barocken Streitfall eingehen, so müssen wir zuerst konstatieren, dass allen fünf Präzedenzfällen völlig und zugleich zu folgen unmöglich ist, da doch in jedem der Präzedenzfälle eine andere Strafe bestimmt wurde. Irgendeine neue Strafbestimmung muss von den vorangehenden mindestens zum Teil abweichen. So zum Beispiel sind die Abweichungen der drei Strafausmasse, die unsere drei Richter bestimmten, von den überlieferten in folgender Tabelle zusammengestellt:

Erster Richter: + 2 + 1 0 — 2 — 6
Zweiter Richter: + 3 + 2 + 1 — 1 — 5
Dritter Richter: + 4 + 3 + 2 0 — 4.

Die drei Richter haben aber ihr Urteil wohl überlegt und halten ihre Antwort bereit.

„Gewisse Abweichungen,“ sagt der erste, „sind unvermeidlich. Ich war jedoch bestrebt, mein Urteil so zu fällen, dass seine Abweichungen von den überlieferten möglichst klein ausfallen. In der Tat, die Summe der Beträge aller Abweichungen ist in meinem Falle

$$2 + 1 + 0 + 2 + 6 = 11.$$

Die analoge Summe bei meinen Kollegen würde grösser ausfallen und 12 bzw. 13 Einheiten betragen.“

„Auch ich war bestrebt,“ so sagt der zweite, „möglichst wenig von der Tradition abzuweichen. Addiert man die Quadrate meiner Abweichungen, d. h. bildet man die Summe

$$9 + 4 + 1 + 1 + 25$$

so ergibt sich 40, und kein Urteil kann gefällt werden, das eine kleinere Quadratsumme der Abweichungen ergäbe. So z. B. würden die Quadrate der Abweichungen, die meine beiden Kollegen sich gefallen liessen, 45 als Summe ergeben. Ich bemerke noch, dass die Beurteilung der Abweichungen nach ihrer Quadratsumme bei physikalischen Messungen anerkanntermassen das vernünftigste Verfahren ist.“

„Ich verwahre mich dagegen,“ sagt der dritte Richter, „dass man rechtliche Abweichungen ohne Begründung ebenso behandelt wie Fehler physikalischer Messungen. Ich war bestrebt, die äusserste, nicht zu beseitigende Abweichung von der Tradition möglichst gering zu machen. In der Tat, keine meiner Abweichungen beträgt mehr als vier Einheiten, während meine beiden Kollegen Abweichungen von 5—6 Einheiten nicht vermieden haben.“

Man könnte bewundern, wie umsichtig und gewissenhaft die drei Richter ihre Urteile fällten, wenn man nicht bedauern müsste, dass Umsicht und Gewissenhaftigkeit auf ein so fragwürdiges Prinzip verschwendet waren, wie das möglichst enge Festhalten an der Tradition es ist. Doch abgesehen von Wert und Unwert, das Prinzip der geringsten Abweichung von den Präzedenzfällen ist ein klares rechtliches Prinzip, und wir sehen, dass an dies eine Prinzip drei verschiedene Entscheidungen sich anknüpfen lassen, alle drei gleich einfach, gleich plausibel, gleich gut begründet. Die Übereinstimmung der drei Richter in dem rechtlichen Prinzip scheint vollständig zu sein; wieso sind dann drei verschiedene Entscheidungen möglich? In Rechtssachen sind sie einig, sie gehen auseinander in einer Frage von rein mathematischem Charakter: wenn es sich darum handelt, verschiedene Systeme von Fehlern miteinander zu vergleichen, so sieht der erste die Summe der Fehlbeträge, der zweite die Summe der Fehlquadrate und der dritte den äussersten Fehler als massgebend an. Welche dieser verschiedenen mathematischen Methoden bei Beurteilung rechtlicher Abweichungen vorzuziehen ist, würde ich nicht zu entscheiden wagen.

III. Rechtliche und mathematische Bedeutung der Verteilungssysteme.

Das Prinzip, auf dem das ganze System der Verhältniswahl beruht, ist die möglichst gleichmässige Berücksichtigung der Wünsche der Wähler. Eine voll-

ständig gleichmässige Berücksichtigung ist nicht möglich, das müssen wir uns vor allem klar machen. Wenn 20,000 Wähler 20 Vertreter zu wählen haben, wie in unserm obigen Beispiel, so müsste bei absolut gleicher Berücksichtigung auf jeden Wähler 0.001 Vertreter entfallen, also auf die einzelnen, oben betrachteten Listen bzw.

10.56 4.58 2.57 1.53 0.76

Vertreter.

Da die Abgeordneten unteilbare Einheiten sind, ist eine solche absolut proportionale Verteilung unmöglich. Fehler und Ungerechtigkeiten sind unvermeidlich, es handelt sich nur darum, ob die Fehler gross oder klein ausfallen. Die Verteilung soll so bewerkstelligt werden, dass möglichst kleine Abweichungen von der ideellen aber unerreichbaren absoluten Gleichberücksichtigung zustande kommen, das ist klar. Der Leser aber, der durch die vorangehende kleine Erzählung gewitzigt ist, sieht ohne weiteres, dass diese Einigkeit in dem Bestreben nach möglichst kleinen Abweichungen nicht genügt, es müsste noch Einigkeit in bezug auf die mathematische Methode erzielt werden, nach der wir die Fehler beurteilen wollen. Aber ich glaube kaum, dass man mit zwingenden Gründen entscheiden konnte, welche Art der Beurteilung der Abweichungen in unserm Falle mehr angebracht ist als die andern, und so kann man von vornherein einsehen, dass es mehrere Verteilungssysteme geben kann, die sich prinzipiell richtig nennen können.

Gehen wir auf Einzelheiten ein. In unserm Beispiel haben wir sieben verschiedene Verteilungen der Sitze gefunden.

Sie sind in der Tabelle A I zusammengestellt (vgl. im Anhang). Der Fehler, den eine bestimmte Verteilung an einer bestimmten Liste begeht, wird gemessen durch die Differenz zwischen der Anzahl der zugeteilten Sitze und dem ideellen genau proportionalen Anteil der Liste, er ist positiv, wenn die Liste durch die Verteilung ungebührnd begünstigt, und negativ, wenn sie ungebührnd benachteiligt wird. Die Fehler, zu denen unser Beispiel, nach den verschiedenen Verteilungsregeln behandelt, Anlass gibt, sind in der Tabelle A II zusammengestellt.

Es wäre unangebracht, unsere Meinung über die Gerechtigkeit oder Ungerechtigkeit der verschiedenen Verteilungen auf die Betrachtung dieser Fehler der Tabelle A II zu gründen. Das Unrecht, das einer Liste widerfährt, könnte an und für sich den Gesetzgeber ganz kalt lassen, es geht ihn nur insofern an, als es die Wähler trifft, die die Liste unterstützen. Um die richtigen Anhaltspunkte zu gewinnen, müssen wir noch die ungebührlichen Vorteile und Nachteile zusammenstellen, die den einzelnen Wählern durch die Zu-

weisung der Sitze zuteil wurden. Sie berechnen sich nach dem Prinzip, dass der an der Liste begangene Fehler sich zu gleichen Teilen auf ihre Unterstützer verteilt. Sie sind für unser Beispiel in der Tabelle A III des Anhangs zusammengestellt.

Wir sollten nun anhand letzterer Tabelle entscheiden, welche unter den vorliegenden sieben Verteilungen die gerechteste ist. Genauer müssten wir fragen, welche Verteilung die geringsten Ungerechtigkeiten begeht. Die Frage ist unbestimmt, wir können darauf verschiedene Antworten geben, je nach dem mathematischen Mass, mit dem wir die Grösse der Fehler bemessen.

Wenn wir unter zwei Verteilungen diejenige voranstellen, deren Fehlerbeträge eine geringere Summe ergeben, erhalten wir gemäss der drittletzten Spalte der Tabelle A III die Anordnung:

Bruchzahlverfahren, St. Gallen, Sainte-Laguë, Freiburg, D'Hondt, Solothurn, Neuchâtel (Qu.).

Wenn wir eine Verteilung um so besser erachten, je kleiner die Summe der Quadrate der von ihr begangenen Fehler ist, so ergibt sich die Anordnung:

Sainte-Laguë, Bruchzahlverfahren, St. Gallen, Freiburg, D'Hondt, Solothurn, Neuchâtel (Qu.).

(Vgl. die vorletzte Spalte der Tabelle A III.)

Wir können auch die Kleinheit des äussersten positiven Fehlers als ausschlaggebend für die Güte einer Verteilung betrachten. Dann ordnen sich, nach den Angaben der letzten Spalte der Tabelle A III, die Verteilungen in der Reihenfolge:

D'Hondt, Freiburg, Solothurn, St. Gallen, Bruchzahlen, Sainte-Laguë, Neuchâtel (Qu.).

Welches Verteilungssystem ist nun prinzipiell richtig? Genauer gefasst lautet die Frage so: Welches System ist imstande, in jedem konkreten Falle diejenige Verteilung zu erzielen, die die geringsten Abweichungen von der vollständigen Gleichberücksichtigung der Wähler aufweist?

Auf diese Frage können verschiedene Personen verschiedene Antworten erteilen, wenn sie auch dieselbe Ansicht über Recht und Unrecht haben. Es liegt nicht nur an einem rechtlichen Prinzip, sondern auch an einer mathematischen Methode. Es kommt nicht nur darauf an, welche Abweichungen als Fehler empfunden werden, sondern auch darauf, nach welchem mathematischen Masse die Abweichungen eingeschätzt werden.

Wird die gleichmässigste Verteilung in dem Sinne angestrebt, dass die Summe der Fehlerbeträge möglichst klein ausfallen soll, so ist die Verteilung der Restmandate an die stärksten Bruchzahlen das prinzipiell richtige System.

Wird die gleichmässigste Verteilung in dem Sinne angestrebt, dass die Summe der Fehlerquadrate möglichst klein ausfallen soll, so ist das System von Sainte-Laguë das prinzipiell richtige.

Wird die gleichmässigste Verteilung in dem Sinne angestrebt, dass der äusserste positive Fehler möglichst klein ausfallen soll, so ist das System von D'Hondt das prinzipiell richtige.

Der allgemeine Beweis dieser Behauptungen ist eine rein mathematische Aufgabe¹⁾, worauf hier nicht eingegangen werden soll. Jedem steht es frei, die Behauptungen an beliebigen Beispielen zu kontrollieren. In unserem Beispiel ist die Kontrolle schon geleistet: In den drei Anordnungen der 7 Verteilungen, die wir eben nach den drei fraglichen Gesichtspunkten vorgenommen haben, stehen die drei besagten Systeme an der Spitze.

Diese drei Anordnungen geben übrigens zu verschiedenen, ganz interessanten Bemerkungen Anlass.

Ein „prinzipielles“ System wird am unnachsigtesten von dem entgegengesetzten „prinzipiellen“ System beföhdet: Wo das D'Hondtsche System an der Spitze steht, kommt das Bruchzahlverfahren ziemlich hinten dran und umgekehrt. Eklektische Systeme können sich besser mit aller Welt vertragen: Das St. Galler System ist eine Art Mischung des Bruchzahlsystems und des D'Hondtschen und schneidet überall verhältnismässig gut ab. Von allen Gesichtspunkten aus betrachtet, ist die mit einem 15 %-Quorum behaftete Neuchâteler Verteilung die ungerechteste: Ein so hohes Quorum kann unter Umständen eine flagrante Verletzung der Proportionalität bewirken.

Ich muss noch eine recht merkwürdige Bemerkung mitteilen. Wie schon gesagt, es wäre ein ganz unangebrachter Standpunkt, die Gerechtigkeit oder Ungerechtigkeit einer Verteilung nach der Behandlung der Listen und nicht nach der der Wähler zu beurteilen. Dieser unsachliche Standpunkt ist aber, von anderer Seite betrachtet, ein ausserordentlich glücklicher. Richtet man sein Urteil nach dem den Listen und nicht nach dem den Wählern zugefügten Unrecht, so kommt man bei Adoptierung verschiedenster mathematischer Methoden immer zu demselben Resultat: Immer ergibt sich die Verteilung nach dem Bruchzahlverfahren als die günstigste.

Betrachten wir die drei letzten Spalten der Tabelle A II. Ob wir von zwei Verteilungen diejenige voran-
gehen lassen, die die kleinere Summe der Fehlerbe-

¹⁾ Herr Sainte-Laguë fand sein System von der Methode der kleinsten Quadrate ausgehend. (Vgl. *Revue générale des Sciences pures et appliquées*, Paris, Colin. Jahrg. 21 [1910], S. 846—852.) Die hier angegebene Bedeutung des D'Hondtschen Systems soll Herr Equer erkannt haben. Die sofort zu ergänzende Charakteristik des Bruchzahlverfahrens dürfte neu sein.

träge, ob diejenige, die die kleinere Summe der Fehlerquadrate, oder ob diejenige, die den kleinern äussersten Fehlerbetrag aufweist, das kommt in diesem Falle auf das gleiche heraus. Immer ergibt sich die Anordnung: Bruchzahlverfahren, St. Gallen, Sainte-Laguë, Freiburg, D'Hondt, Solothurn, Neuchâtel (Qu.).

Etwas Zufall gibt es schon bei dieser allzu grossen Übereinstimmung, aber so viel kann man allgemein behaupten: Beurteilt man die Fehler der *Listen* nach der Summe ihrer Beträge oder nach der Summe ihrer Quadrate oder nach der Summe irgendwelcher Potenzen ihrer Beträge oder auch nach dem äussersten Fehlerbetrag, immer ergibt sich das Bruchzahlverfahren als das günstigste System. Hier könnte man wirklich sagen, dass alle Wege nach Rom führen.

Das Bruchzahlverfahren berücksichtigt *sowohl* die Wähler *wie* die Listen gleichmässig. Das beruht darauf, dass die Summe der Fehlerbeträge, die es als mathematisches Mass verwendet, sowohl pro Wähler wie pro Liste berechnet, offenbar dieselbe ist. Das Bruchzahlverfahren ist wohl nicht nur das einzige bekannte, sondern auch das einzige mögliche System, das beide Gesichtspunkte vereinigt.

IV. Einfluss der Verteilungssysteme auf die Proportionalität bei gleichzeitigen Wahlen in mehreren Wahlkreisen.

Zur Berücksichtigung lokaler Interessen ist es in den meisten Fällen nötig, das Land in Wahlkreise einzuteilen. Durch die Wahlkreiseinteilung wird jedoch der Hauptzweck der Proportionalwahl, die Vertretung der politischen Parteien ihrer numerischen Stärke gemäss, wieder mehr oder weniger gefährdet. Die Gefahr rührt von der Ungleichmässigkeit der Wahlkreiseinteilung und von dem System der Sitzverteilung selber her.

Die Wahlkreiseinteilung ist gleichmässig, wenn die Stimmen in allen Wahlkreisen das gleiche Gewicht haben, d. h. wenn überall auf die gleiche Anzahl Wähler ein Vertreter des Wahlkreises entfällt. Die Ungleichmässigkeit der Wahlkreiseinteilung kann kaum sehr gross werden, wenn die Anzahl der Vertreter den jeweiligen Volkszählungen angepasst wird, aber kleine Störungen sind unvermeidlich. Diese Störungen habe ich hier nicht zu untersuchen, sondern, soweit möglich, aus der Untersuchung zu eliminieren.

Meine Untersuchung gilt der andern störenden Ursache. Auch bei dem besten System ist es nicht zu verhüten, dass die eine Partei etwas mehr, die andere etwas weniger Sitze bekommt, als ihr genauer Anteil wäre. Solche ungebührliche Überschüsse und Mankos enthält die Tabelle A II. Bei gleichzeitigen Wahlen in mehreren Wahlkreisen können diese kleinen Unter-

schiede sich ausgleichen oder auch anhäufen, zugunsten der einen und zuungunsten der andern Partei. Ob die Differenzen sich zerstören, ob sie sich addieren, das hängt vom Zufall ab, jedoch üben in diesem Punkte die Verteilungssysteme ganz bestimmte Einflüsse aus, die ich statistisch untersuchen will.

Die Methode der Untersuchung ist zunächst sehr einfach: Man rechnet das Wahlresultat in allen Wahlkreisen nach einem bestimmten Verteilungssystem aus, und man sieht zu, inwieweit die Gesamtzahl der Sitze, die eine Partei enthält, mit der numerischen Stärke ihrer Anhängerschaft im ganzen Lande übereinstimmt. Unser Urteil über das System muss sich nach dem Grade der Übereinstimmung richten.

Ich suchte ein passendes statistisches Objekt und fand ein solches in den fünf Erneuerungswahlen des Solothurner Kantonsrates, die nach dem proportionalen Wahlverfahren vorgenommen worden sind. Ich habe mich für die Bearbeitung dieses Stoffes hauptsächlich darum entschieden, weil die politischen Verhältnisse einfach sind. An den Wahlen nahmen immer nur drei Parteien teil: Freisinnige, Volkspartei und Sozialisten. Das Stärkeverhältnis der drei Parteien war auch ziemlich konstant und verschob sich nur bei der letzten Wahl bedeutender. In dem Gesamtergebnis jeder Erneuerungswahl folgten die drei Parteien in der eben angegebenen Reihenfolge aufeinander.

Die Erneuerungswahl erfolgt in 10 Wahlkreisen, die ziemlich gross sind und in der betrachteten Periode 7—27 Vertreter entsandten. Insgesamt wurden in 60 Wahlgängen 760 Sitze bestellt, so dass ein Wahlkreis im Durchschnitt 12.7 Mandate bei einer Wahl erteilte, was für eine so geringe Parteizersplitterung ziemlich viel ist.

Der Stoff bietet auch andere Annehmlichkeiten. Die Wahlen erfolgten nach Listenstimmenkonkurrenz, so dass zur Ermittlung der wahren Stärkeverhältnisse der Parteien keine besondere Rechnung nötig war. Ferner ist das Material in den amtlichen Publikationen des Kantons klar zusammengestellt und teilweise auch statistisch bearbeitet.

Der Grundstoff meiner statistischen Untersuchung ist in dem Anhang unter B zusammengestellt. Ich verteilte die Sitze nach 7 verschiedenen Systemen, nach den Systemen Sainte-Laguë, Bruchzahlen, Freiburg, St. Gallen, D'Hondt, Solothurn und Neuchâtel (ohne Quorum), um die in dem ersten Teil erläuterten Bezeichnungen zu gebrauchen.

Schon das verdient ein gewisses Interesse, dass die verschiedenen Systeme recht verschiedene Resultate zeitigen können. Wäre im Jahre 1896 im Kanton Solothurn das Bruchzahlssystem eingeführt gewesen, so hätten die Freisinnigen bloss 60 Sitze erhalten, anstatt

67, die sie tatsächlich erhielten. Im Gegensatz dazu geben bei der nächsten Wahl in 1900 6 Systeme von den 7 in allen Wahlkreisen genau dasselbe Ergebnis.

Ein erstes Resultat der statistischen Untersuchung ist, dass, nach ihren Einflüssen auf das Wahlresultat beurteilt, die 7 Systeme in die oben bezeichnete Reihenfolge zu setzen sind. Den Freisinnigen sind das Sainte-Laguësche und das Bruchzahlverfahren am wenigsten günstig gewesen, die Systeme Freiburg, St. Gallen, D'Hondt immer etwas günstiger und die Solothurner und Neuchâteler Systeme haben diese grösste Partei des Kantons zumeist bevorzugt. Bei den Sozialdemokraten steht die Sache genau umgekehrt: Für diese kleinste Partei des Kantons war das Sainte-Laguësche System am günstigsten und das Neuchâteler am ungünstigsten. Das Gesagte gilt sowohl dann, wenn man alle Mandate aus allen 6 Erneuerungswahlen zusammenlegt (vgl. die Tabelle B VII), wie auch für die einzelnen Erneuerungswahlen mit Ausnahme einer einzigen. Es ist nicht anzunehmen, dass Gunst und Ungunst der Verteilungssysteme der Parteifarbe gegolten habe, sondern offenbar hängt die beobachtete regelmässige Wirkung damit zusammen, dass die freisinnige die stärkste und die sozialdemokratische die schwächste unter den drei sich um die Sitze bewerbenden Parteien war. Die oben erwähnte Ausnahme bestätigt diese Auffassung: Sie ereignete sich im Jahre 1917, wo die freisinnige Partei nicht mehr so stark und die sozialdemokratische nicht mehr so schwach war.

Um zu untersuchen, inwieweit die verschiedenen Systeme die proportionale Vertretung der Parteien trotz der Wahlkreiseinteilung verwirklichen können, berechnete ich die tatsächlichen genauen Anteile der drei Parteien an den Mandaten jeder Erneuerungswahl (vgl. die erste Spalte der Tabelle CI). Darunter ist folgendes zu verstehen: wenn man alle Stimmen einer Partei aus den verschiedenen Wahlkreisen addiert, so erhält man ihre tatsächliche Stärke im ganzen Kanton. Wenn man ebensoviel Einheiten, als Sitze im ganzen Kanton zu besetzen waren, im genauen Verhältnis der Stärke der Parteien verteilt, so erhält man ihre genauen Anteile. Wäre der ganze Kanton zu einem einzigen Wahlkreis vereinigt, so würde die Anzahl der Vertreter, die jede Partei erhält, von ihrem genauen Anteile nur unwesentlich verschieden sein, was für ein Wahlsystem man auch adoptiert. Es wäre wünschenswert, dass auch bei Bestellung der Sitze in abgesonderten Wahlkreisen den Parteien nicht viel weniger und nicht viel mehr Mandate zufallen als ihre genauen Anteile. Man kann sogar sagen, dass die wesentliche Forderung, die wir an ein proportionales Wahlsystem stellen können, eben darin besteht, dass jede Partei möglichst nahe so viel Mandate erhält als ihr genauer Anteil.

Die Beobachtung der Tabelle CI lehrt, dass auch von diesem wesentlichen Gesichtspunkte aus, in bezug auf die Verwirklichung der Proportionalität, die untersuchten sieben Systeme in dieselbe Reihenfolge zu setzen sind wie vorher: die Systeme der stärksten Bruchzahlen und von Sainte-Laguë verwirklichen die Proportionalität am nächsten, die Freiburger, St. Galler und das D'Hondtsche System weichen davon immer mehr ab, und die Solothurner und Neuchâteler Systeme entfernen sich zumeist von dem wahren Stärkeverhältnis der Parteien. Alle grossen ernstlichen Abweichungen erfolgen in demselben Sinne: sie begünstigen die stärkste und benachteiligen die schwächste, eventuell auch die mittlere Partei.

Den entscheidenden Eindruck über diese Sachlage gewinnt man, wenn man die Differenzen zwischen genauen Anteilen der Parteien und den ihnen zugewiesenen Vertreterzahlen zusammenstellt, wie es in der Tabelle CII geschehen ist. In den oberen Zeilen dieser Tabelle wechseln Plus- und Minuszeichen miteinander ab, die Abweichungen sind unregelmässig, unabsichtlich, ungeordnet. Sieht man die Zeilen von oben nach unten durch, so werden die Abweichungen immer einförmiger, systematischer, von einer immer mehr ausgesprochenen Richtung. Man sieht in den einzelnen Zeilen nur Plus- oder nur Minuszeichen, bezeugend, dass die Abweichungen zwischen Mandatenanteilen und genauen Anteilen der Parteien nie zuungunsten der stärksten Partei und nie zugunsten der beiden schwächeren ausfallen. Die vorletzte Spalte der Tabelle CII enthält die Summe der Abweichungen in den sechs Erneuerungswahlen. Die Zahlen dieser Spalten werden grösser, wenn man sie von oben nach unten durchgeht. Das kommt daher, dass bei den an der Spitze stehenden Systemen die Differenzen verschiedenen Vorzeichens sich ausgleichen, während bei den nachherkommenden Systemen die Differenzen desselben Vorzeichens sind und sich anhäufen.

Die letzte Spalte der Tabelle CII entstand folgendermassen: Ich habe alle Stimmen, die die Parteien erhielten, aus allen sechs Erneuerungswahlen zusammengeworfen und verteilte 760 Einheiten, d. h. die Anzahl aller bei den sechs Erneuerungswahlen bestellten Sitze, in dem genauen Verhältnis der erhaltenen drei Summen (vgl. Tab. B VII und die 3 letzten Zeilen der Tabelle CI). Ich verglich diese genauen Anteile mit der Gesamtzahl der Mandate, die die drei Parteien während der ganzen betrachteten Periode erhalten haben. Das ganze Verfahren entspricht der Fiktion, dass die 60 Wahlen der ganzen Periode zu gleicher Zeit in 60 Wahlkreisen vorgenommen worden sind zur Bestellung eines grossen Parlaments von 760 Sitzen, und ich vergleiche dabei die genauen Anteile der drei Parteien mit ihren tatsächlich erhaltenen.

Die sich so ergebenden Differenzen sind in der letzten Spalte der Tabelle CII enthalten. Sie zeigen einen ähnlichen, aber etwas regelmässigeren Gang als die Zahlen der vorletzten Spalte und bestätigen dieselbe Konklusion: Dass die an der Spitze stehenden Systeme am nächsten die wahre Stärke der Parteien zu treffen imstande sind, während die später daran kommenden immer mehr die stärkste Partei auf die Kosten der beiden andern bevorzugen.

Dass die beobachteten Regelmässigkeiten nur auf einem Zusammentreffen örtlicher Einflüsse beruhen, ist von vornherein wenig plausibel. Ein gewisser örtlicher Einfluss muss sich zwar geltend machen, schon wegen der Ungleichmässigkeit der Wahlkreiseinteilung. Letztere ist gering, aber doch bemerkbar. So sind z. B. im Jahre 1917 im Wahlkreis II mehr gültige Stimmen abgegeben und weniger Vertreter gewählt worden als im Wahlkreis IV. Es ist aber leicht, die Ungleichmässigkeit der Wahlkreiseinteilung und deren störenden Einfluss auf statistischem Wege zu eliminieren. Anstatt der tatsächlich abgegebenen müssen wir gewisse fingierte Stimmenzahlen betrachten. Wir stellen uns vor, dass das Stärkeverhältnis der Parteien in jedem Wahlkreis unverändert bleibt, während sich die Anzahl der Gesamtwählerschaft in den verschiedenen Wahlkreisen etwas verschieden reduziert, derart, dass am Ende in allen Wahlkreisen auf die gleiche Anzahl Wähler, der Einfachheit halber, auf 100 Wähler ein Vertreter entfällt. Dabei bleibt die Verteilung der Sitze ungeändert und die Ungleichmässigkeit der Wahlkreiseinteilung hört auf. Die Stimmen dieser fingierten Wähler bezeichne ich als „reduzierte Stimmen“. Diese sind schon in die Tabellen des Anhanges B eingeführt, und die zweite Spalte von Zahlen in der Tabelle CI ist auf dieselbe Weise aus den reduzierten, wie die erste Spalte aus den tatsächlichen berechnet.

Die Tabelle CIII bezieht sich in derselben Weise auf die reduzierten Stimmenzahlen wie die Tabelle CII auf die tatsächlichen. Die beiden letzten Spalten müssen hier dieselben Werte enthalten, weil die reduzierten Stimmen in jedem Wahlkreis gleiches Gewicht haben, und nicht verschieden in die Wagschale des Gesamtergebnisses fallen wie die tatsächlichen, die in etwas ungleichmässig besetzten Wahlkreisen abgegeben worden sind. Ich habe, um die Analogie zu wahren, trotzdem beide Spalten beibehalten.

Die Zahlen der Tabelle CIII sind etwas kleiner als die entsprechenden der Tabelle CII und zeigen den dort geschilderten Gang noch klarer, noch ausgesprochener. Das kommt daher, dass jetzt der störende Einfluss der ungleichmässigen Wahlkreiseinteilung ausgeschaltet ist. Die ersten Zeilen zeigen kleine unregelmässige Schwankungen um Null, oder allfällig um

irgendeine kleine Grösse herum, während hinter den kleinen ungeordneten Schwankungen der letzten Zeilen eine klar ausgeprägte systematische Abweichung zu erkennen ist, zugunsten der stärksten Partei und zuungunsten der beiden schwächeren.

Somit ist in grossen Zügen festgelegt, inwieweit die verschiedenen Systeme die proportionale Vertretung bei gleichzeitigen Wahlen in mehreren Wahlkreisen zu verwirklichen imstande sind. Ich werde im nächsten Teil diesen Hauptgegenstand der Untersuchung weiter verfolgen.

An die Tabellen unter B und C liessen sich noch manche andere Bemerkungen anknüpfen. Man könnte daraus z. B. die feineren Unterschiede im Verhalten der Neuchâtel und Zuger Systeme ersehen (vgl. die Vorschriften 4 und 8 im ersten Abschnitt, letzteres kommt bei weniger als vier Listen auf das Solothurner Verfahren heraus). Handelt es sich um zwei Listen, so ist das erste, und handelt es sich um drei, so ist das zweite der stärksten Partei günstiger. Die beiden Verfahren sind aber bloss in der Anwendung und Nichtanwendung des Hagenbachschen Quotienten unterschieden. Man sieht daraus, wie wenig die Konsequenzen eines solchen Rechenkunststücks durch ungefähre Überlegung sich übersehen und aus dem Handgelenk bewältigen lassen. Derselbe Hagenbachsche Quotient macht aus dem einfachen Bruchzahlverfahren das St. Galler-Verfahren, ein äusserlich gleichmässigeres, aber den Parteien gegenüber ungleichmässigeres Verfahren. Dieselbe oberflächliche Betrachtung des blossen Wortlautes der Verteilungsregeln würde uns vermuten lassen, dass das Verfahren von Sainte-Laguë ähnlich wirkt wie das von D'Hondt. Die Statistik zeigt, dass es ganz verschieden wirkt und dem äusserlich so verschiedenen Bruchzahlverfahren aufs engste verwandt ist. Grund genug, den oberflächlichen Überlegungen kein Vertrauen mehr zu schenken.

V. Die den Verteilungssystemen inwohnenden Chancen.

Wie schon oft gesagt wurde, ist die Wahl ein Glücksspiel, und in dieser Beziehung unterscheidet sich die Proportionalwahl nur darin von der Majoritätswahl, dass hier nur ein kleiner Teil der Sitze von den geringen, zufälligen Schwankungen des Abstimmungsergebnisses abhängig ist und nicht alle Sitze zugleich riskiert werden wie dort. Beim Glücksspiel kann man verlieren und gewinnen, und so sind kleine Abweichungen der Mandatenanteile von den genauen Anteilen bei keinem Verteilungssystem zu vermeiden. Nur gibt es Systeme mit verschiedenen Verteilungsregeln und Glücksspiele mit gleichen und ungleichen Chancen.

Die Tabellen des Anhanges C legen den Gedanken nahe, dass etwa bei dem Bruchzahlensystem jede Partei die gleichen Chancen hat, mehr oder weniger Mandate zu bekommen, als ihr genauer Anteil, während hingegen z. B. das D'Hondtsche System der stärksten Partei entschieden mehr Aussicht bietet, etwas über ihren genauen Anteil hinaus zu gewinnen, als ihren schwächeren Konkurrenten.

Der Zweck der vorangehenden Untersuchungen war nicht etwa, die Solothurner politischen Verhältnisse zu zergliedern (durch die Einführung der reduzierten Stimmen habe ich eben die Ausschaltung örtlicher Einflüsse angestrebt), sondern es galt, den verschiedenen Verteilungssystemen innewohnende Chancen aufzuklären.

Eine vollständige Aufklärung der Chancen wäre erreicht, wenn wir in der Lage wären, Fragen folgender Art zu beantworten: Wenn sich in einem Wahlkreis 3 Parteien um 5 Sitze bewerben und die Verteilung nach dem D'Hondtschen System geschieht, wie gross ist der durchschnittliche Gewinn der stärksten Partei? Unter „Gewinn“ verstehe ich dabei die Differenz zwischen der Anzahl der erhaltenen Mandate und zwischen dem genauen, ihrer Stärke proportionalen Anteil der Partei.

Nach der vorangehenden Statistik und wohl nach allen bekannten statistischen Beobachtungen ist der fragliche Gewinn *positiv*, grösser als Null, kein Verlust: Die D'Hondtsche Verteilungsregel gibt der grössten Partei durchschnittlich etwas mehr als ihr genauer Anteil. Wenn uns ein recht grosses und homogenes statistisches Material vorläge, so könnten wir die Frage noch genauer beantworten und feststellen, dass der durchschnittliche Gewinn von dieser oder jener Zahl nicht erheblich verschieden sein kann.

Jedoch die Wahrscheinlichkeitsrechnung kann uns in diesem Falle schneller zum Ziele führen als die Statistik. Das ist nicht verwunderlich. Denn die statistische Untersuchung, die ich bisher erörterte, galt nicht der Entwicklung einer sozialen Kraft, sondern willkürlichen, von Menschen erfundenen Regeln. Man kann den geläufigen Satz, dass die Wahl ein Glücksspiel ist, ganz ernst nehmen und die Chancen von irgendeinem Verteilungssystem ebensogut mit Wahrscheinlichkeitsrechnung untersuchen, wie etwa die Chancen der Lotterie oder von irgendeinem andern Hasardspiel, das willkürliche, von Menschen erfundene mathematische Regeln hat.

Nun zu unserer Frage zurück. Wenn sich in einem Wahlkreis 3 Parteien um 5 Sitze bewerben und die Verteilung nach dem D'Hondtschen System geschieht, so beträgt der durchschnittliche Gewinn der grössten Partei 0.372 Sitze.

Zur richtigen Auffassung dieser Zahl können wir uns in den folgenden, künstlich vereinfachten Fall versetzen: In einem Land, das gleichmässig in 100 Wahlkreise eingeteilt ist, sind 500 Abgeordnete zu wählen, in jedem Wahlkreis 5, und zwar nach dem D'Hondtschen System. Wenn eine Partei in jedem Wahlkreis gegen zwei gegnerische Listen zu kämpfen hat, jedoch überall in mindestens relativer Mehrheit ist, so kann sie ziemlich sicher um etwa 37 Sitze mehr erwarten, als ihr genauer Anteil wäre. Ein Gewinn von 37 Sitzen über den richtigen Anteil hinaus ist natürlich sehr beträchtlich, aber man beachte, dass das Beispiel einen äussersten, nie vorkommenden Fall betrifft und man halte mit dem Urteil bis zu einem genauern Vergleich mit der Erfahrung zurück.

Der wahrscheinliche Gewinn der Parteien hängt von der Anzahl der Sitze ab, die zu verteilen sind. Ich habe als Auszug aus einer grösseren eine kleine Tabelle der durchschnittlichen Gewinne im Anhang unter D I zusammengestellt.

Bevor man auf eine nähere Prüfung der Zahlen der Tabelle D I eintritt, kann man den Einwand gegen sie erheben, dass sie zu genau sind. Man wird wohl nie genügend ausgedehntes und homogenes statistisches Material auftreiben können, das alle Dezimalen dieser Zahlen zu prüfen gestatten würde. Sie sind auch zu unbequem. Es wäre zu mühsam, bei einem Überschlagn des wahrscheinlichen Gewinns einer Partei die Anzahl der Vertreter in jedem Wahlkreis separat zu berücksichtigen. Man würde daher Näherungswerte vorziehen, die etwas weniger genaue Dezimalen haben, aber sich für alle genügend grossen Wahlkreise (etwa von 5 Sitzen an) gleich gut anwenden lassen. Solche Näherungswerte wären etwa $+0.4$, -0.1 , -0.3 , die ich in meiner zitierten Arbeit vorschlug. Von prinzipiellem Standpunkt ist aber besser, sich auf folgende Beobachtung zu verlassen.

Wenn die Anzahl der Sitze immer grösser und grösser wird, so nähern sich die durchschnittlichen Gewinne immer mehr und mehr den Werten

$$+\frac{5}{12} = 0.416 \quad -\frac{1}{12} = -0.083 \quad -\frac{4}{12} = -0.333$$

Wir sehen, dass diese drei Zahlen, die die wahrscheinlichen Gewinne bzw. Verluste der drei beteiligten Parteien darstellen, wenn die Anzahl der Sitze sehr gross ist, sich nur unbedeutend von den entsprechenden Zahlen unterscheiden, die sich auf den Fall von 15 oder 20 Sitze beziehen.

Die Bedeutung der Zahlen

$$+\frac{5}{12} \quad -\frac{1}{12} \quad -\frac{4}{12}$$

kann durch folgendes Beispiel erläutert werden: Wenn ein Land in 12 sehr grosse Wahlkreise eingeteilt ist

(sagen wir, dass jeder Wahlkreis 50 Vertreter entsendet, so dass das Gesamtparlament aus 600 Vertretern zusammengesetzt ist) und wenn von den drei konkurrierenden Parteien die erste in jedem Wahlkreis die stärkste, die zweite die mittlere und die dritte die schwächste ist, so hat, das D'Hondtsche System zugrunde gelegt, die erste Partei ziemlich sichere Aussicht, gegen 5 Sitze über ihren genauen Anteil hinaus zu gewinnen, von denen einer auf die Kosten der zweiten und vier auf die der dritten Partei gesetzt werden können.

Die Zahlen

$$+\frac{5}{12} \quad -\frac{1}{12} \quad -\frac{4}{12}$$

können als durchschnittliche Gewinne der stärksten, der mittleren und der schwächsten Partei bei Anwendung des D'Hondtschen Systems angesehen werden, mit geringer Vernachlässigung auch dann, wenn die Anzahl der Sitze in einem Wahlkreis etwa 5 übersteigt. (Die negativen Gewinne bedeuten Verluste.)

Ich habe die analogen Zahlen, d. h. die durchschnittlichen Gewinne bzw. Verluste der beteiligten Parteien im Falle von Wahlkreisen mit sehr viel Vertretern noch für 5 andere Systeme berechnet und in den Tabellen D II und D III zusammengestellt. Die Zahlen der Tabelle D II sind auch bei mittlern Wahlkreisen geeignete Näherungswerte. Sie stellen die den verschiedenen Systemen innewohnenden Chancen auf die präziseste Weise dar und ich betrachte sie als das wichtigste Resultat dieser Abhandlung.

Die Zahlen der Tabelle D II sind nach bewährten Methoden auf ziemlich sicherem Wege gewonnen worden, den jedoch hier auseinanderzusetzen allzu langwierig wäre¹⁾. Ich bitte daher dieselben bis auf weiteres als eine blossе Konjunktur, als eine Hypothese zu betrachten und über ihren Wert und Unwert bloss danach zu urteilen, inwieweit sie mit der Erfahrung übereinstimmen und inwieweit sie zu deren Aufklärung beitragen.

Eine qualitative Übereinstimmung dieser Zahlen mit unsern statistischen Ergebnissen, wie sie in den Tabellen des Anhangs C vorliegen, ist offenbar. Ich will auf den quantitativen Vergleich eingehen.

Um die Zahlen der Tabelle D I zuerst mit den genauern theoretischen Zahlen zu vergleichen, betrachte ich das Wahlkreissystem, das den nächsten Nationalratswahlen zugrunde gelegt wird, insofern jeder Kanton und Halbkanton dieselbe Anzahl Vertreter beibehält, die er zurzeit besitzt. Eine hypothetische — sehr hypothetische — Partei, die in jedem Wahlkreis genau zwei Gegner zu bekämpfen hätte und in jedem Wahlkreis

mindestens das relative Mehr der Wähler für sich vereinigte, sollte bei Anwendung des D'Hondt-Hagenbachschen Verteilungssystems *durchschnittlich* 9.403 Sitze mehr erhalten als ihr genauer Anteil. Zu diesem Ergebnis führt die Theorie der Wahrscheinlichkeit, nach sehr mühsamen, numerischen Rechnungen, ohne Vernachlässigung. Da es sich um 25 Wahlkreise handelt, gibt die Tabelle D II als angenäherten wahrscheinlichen unberechtigten Gewinn dieser hypothetischen Partei

$$25 \times \frac{5}{12} = 10.4$$

Sitze an. Der Unterschied ist nicht gross und rührt übrigens fast ganz von den einigen ganz kleinen Wahlkreisen her.

Um die Zahlen der Tabelle D II mit der Erfahrung vergleichen zu können, habe ich überhaupt die ganze ziemlich mühsame statistische Untersuchung vorgenommen. Der Vergleich geschieht in der Tabelle D IV. Der Gesamtgewinn irgendeiner der drei Solothurner Parteien während der ganzen Periode lässt sich in verschiedenen Auffassungen ausrechnen.

1. Man kann die Differenzen zwischen den erhaltenen Mandaten und den genauen, der Stärke im ganzen Kanton entsprechenden Anteilen für jede Erneuerungswahl separat ausrechnen und dann die Summe dieser Abweichungen nehmen.

2. Man kann die Stimmen aus allen 6 Erneuerungswahlen zusammenwerfen, auf Grund der totalen Stimmenzahlen die genauen Anteile der Parteien berechnen und die Differenzen zwischen den insgesamt erhaltenen Mandaten und diesen Anteilen nehmen.

Die zwei Rechnungsarten, an den tatsächlich abgegebenen Stimmen ausgeführt, führen zu verschiedenen, an den reduzierten ausgeführt, zu gleichen Resultaten. Dies rührt, wie schon gesagt, davon her, dass die tatsächlich abgegebenen Stimmen in den verschiedenen Wahlkreisen schon bei derselben Erneuerungswahl verschiedenes Gewicht haben und um so mehr bei verschiedenen Erneuerungswahlen, während bei den fiktiven reduzierten Stimmen diese Ungleichmässigkeit ausgeschaltet ist. Die erste Rechnungsart ist auf die tatsächlichen Stimmen in der ersten Spalte der Tabelle D IV angewandt, die zweite Rechnungsart auf dieselben in der zweiten Spalte, das übereinstimmende Resultat beider auf die reduzierten Stimmen angewandten Rechnungsarten ist in der dritten Spalte verzeichnet. Für diejenigen, die sich für die Einflüsse der verschiedenen Verteilungssysteme im Kanton Solothurn interessieren, ist die erste Spalte, für diejenigen, die sich für diese Einflüsse im allgemeinen interessieren, die dritte zumeist massgebend.

Alles, was zur theoretischen Berechnung der Gesamtgewinne von den tatsächlichen Verhältnissen zu

¹⁾ Die Ableitung erfordert keine Hilfsmittel der höhern Mathematik, nur die genaue Beherrschung einer geometrischen Darstellung.

wissen nötig ist, ist in der Tabelle B VIII enthalten. Bestimmtheit halber bespreche ich die Rechnung nur für die Freisinnigen und nur für das D'Hondtsche System. Der Tabelle B VIII entnehmen wir, dass die freisinnige Partei in 35 Wahlen die grösste unter drei konkurrierenden Parteien war. Von diesem Umstand herührend dürfen wir mit gutem Recht einen Gewinn von

$$35 \times \frac{5}{12}$$

Sitzen für diese Partei über ihren genauen Anteil hinaus erwarten. Derselben Tabelle B VIII entnehmen wir, dass dieselbe Partei viermal die mittlere unter drei Konkurrenten war. Das bedeutet für sie einen kleinen Verlust, genauer einen negativen Gewinn:

$$- 4 \times \frac{1}{12}.$$

Kombiniert man auf diese Weise weiter die entsprechenden Zahlen der ersten Zeile der Tabelle B VIII und der vierten Zeile der Tabelle D II, so erhält man als wahrscheinlichen Gesamtgewinn der Freisinnigen in den 60 Wahlen

$$\frac{35 \times 5 - 4 \times 1 - 0 \times 4}{12} + \frac{14 - 4}{4} = 16.7.$$

Auf dieselbe Weise sind die übrigen Zahlen der letzten Spalte der Tabelle D IV gewonnen, wie leicht zu kontrollieren ist.

Die Übereinstimmung der theoretischen Zahlen mit den statistischen in der Tabelle D IV, insbesondere mit denen in der dritten Spalte dieser Tabelle, liefert eine erste Prüfung meiner wahrscheinlichkeitstheoretischen Resultate. Ich finde diese Übereinstimmung sehr befriedigend, lasse übrigens über diesen Punkt die Zahlen selber reden.

VI. Das Verhalten der Verteilungssysteme gegenüber Parteizersplitterung.

Der Gesetzgeber kann bei der Abfassung des Wahlgesetzes verschiedene Nebenzwecke verfolgen. Er kann sich gegen die Bildung von neuen Fraktionen und Fraktiönchen richten und die Parteizersplitterung zu verhindern suchen. Er kann auch die rein äusserlichen Verbindungen der Parteien bekämpfen, die bloss als Wahlmanöver zur Gewinnung einiger Mandate dienen, und die prinzipienlose Wahlbündnisse nutzlos zu machen streben. Ein Verteilungssystem, das für einen Zweck tauglich ist, ist für den andern untauglich und umgekehrt. Über den Wert und Unwert beider Gesichtspunkte habe ich hier nichts zu sagen. Ich will untersuchen, wie sich die zwei wichtigsten Verteilungsverfahren, das von D'Hondt und das der stärksten Bruchzahlen, zu dieser Frage stellen.

Wenn die Stimmen, die auf zwei verschiedene Listen gefallen sind, zusammengelegt und so betrachtet werden, als auf eine einzige Liste gefallene Stimmen, so kann sich dadurch das Wahlresultat ändern. Die neue Liste kann ebensoviel Sitze erhalten, wie die beiden Listen zusammen, aus deren Verbindung sie hervorging, sie kann aber auch eine andere Anzahl Sitze erhalten. Auch in dieser Hinsicht verhalten sich das Bruchzahlverfahren und das D'Hondtsche System ganz verschieden. Die durch Wahlbündnis entstandene Partei kann, wenn das Bruchzahlverfahren eingeführt ist, mehr, oder ebensoviel, oder weniger bekommen, als die beiden Parteien zusammen, die in ihr aufgegangen sind, bei dem D'Hondtschen Verfahren kann sie mehr oder ebensoviel, aber nie weniger bekommen. Bei dem ersten Verfahren kann ein Wahlbündnis Gewinn oder Verlust oder nichts einbringen, bei dem zweiten Verfahren kann es nie mit Verlust enden, also wenn es überhaupt eine Änderung herbeiführt, so ist die ein Gewinn für die Verbündeten, das ist eine rigorose mathematische Konsequenz der Verteilungsregeln. Das Gesagte ist auch wohl genügend bekannt. Aber es wäre noch wichtig, zu wissen, ob die Wahlbündnisse durch das Bruchzahlverfahren häufiger belohnt oder ob sie häufiger bestraft werden, und wieviel Gewinn das Wahlbündnis bei dem D'Hondtschen Verfahren durchschnittlich einträgt.

Die statistische Untersuchung dieser Frage ist sehr einfach. Wenn drei Parteien im Spiele sind, so sind drei verschiedene Wahlbündnisse unter ihnen möglich, indem immer je zwei gegen die dritte sich verbinden. Ich habe alle drei möglichen Bündnisse unter den drei Solothurner Parteien supponiert und das Wahlresultat auch unter dieser Supposition ausgerechnet (vgl. die beiden letzten Spalten der Tabellen B I—VI). Das Resultat ist in der Tabelle B IX zusammengefasst.

Ich will mich von langen Kommentaren enthalten und nur die Resultate der Wahrscheinlichkeitsrechnung über diese Frage mitteilen. Die hängen einigermassen davon ab, wieviel Sitze bei der Wahl zu vergeben sind.

Ich will zu feine Einzelheiten übergehen und mich sofort in den Fall von sehr grossen Wahlkreisen versetzen, wo sehr viel Mandate verteilt werden. Die in diesem Falle gültigen Zahlen sind auch bei Wahlkreisen mit weniger Vertretern als vorteilhafte Näherungswerte zu gebrauchen. Ich spreche auch nur von dem Fall, wo unter drei sich bewerbenden Listen zwei gegen die dritte sich verbinden.

Bei dem Bruchzahlverfahren bringt ein solches Wahlbündnis auf zwölf Fälle durchschnittlich nur einmal eine Änderung, bei dem D'Hondtschen Verfahren auf sechs Fälle einmal. Bei dem Bruchzahlverfahren kann die Änderung mit ebensoviel Wahrscheinlichkeit den Gewinn oder den Verlust eines Sitzes bedeuten,

bei dem D'Hondtschen Verfahren besteht sie immer im Gewinn eines Sitzes.

Um diese Angaben der Wahrscheinlichkeitsrechnung mit unserm Erfahrungsmaterial zu vergleichen, bemerke man, dass unter den betrachteten 60 Wahlen nur an 39 alle drei Listen teilgenommen haben (vgl. Tabelle B VIII), so dass wir insgesamt mit $3 \times 39 = 117$ (fiktiven) Fällen von Wahlbündnis zu tun haben. Diese 117 Wahlbündnisse haben bei dem System D'Hondt insgesamt zu 18 Sitzen Gewinn geführt. Die theoretische Zahl wäre $117 : 6 = 19.5$, die Übereinstimmung könnte kaum besser sein. Die theoretische Zahl aller Änderungen bei dem Bruchzahlverfahren ist $117 : 12 = 9.75$. In den vorletzten Spalten der Tabelle B I—VI findet man 8 Fälle von Verlust und 4 Fälle von Gewinn eines Sitzes, also insgesamt 12 Fälle von Änderungen durch Wahlbündnis.

VII. Konklusion.

Man kann an eine Verteilungsvorschrift verschiedene Anforderungen stellen. Man kann billigerweise verlangen, dass das Verteilungssystem durchführbar und verständlich sei, dass es sich auf eine klare prinzipielle Grundlage stützen und seinen Zweck, die proportionale Vertretung, tatsächlich verwirklichen soll. Man kann aber auch darüber hinaus verschiedenes fordern: es soll der Parteizersplitterung entgegen gewirkt werden, es sollen kleine Minoritäten ganz ausgeschlossen werden usw. Ein absolut an und für sich bestes Verteilungssystem gibt es nicht, nur entsprechen die einzelnen Systeme zugleich mehr oder weniger zahlreichen und mehr oder weniger wichtigen Bedürfnissen.

Durchführbar sind alle hier betrachteten Systeme; einige Minuten mehr oder weniger Rechenarbeit in den Wahlbureaux kann doch nicht ernstlich in die Wagschale fallen. Für den einfachen Wähler wirklich verständlich und plausibel ist wohl nur das Bruchzahlverfahren, aber es hängt nur von einer geschickten Formulierung ab, auch andere Systeme, etwa das D'Hondtsche, mehr oder weniger einleuchtend zu machen. Wünscht man ein System von theoretisch klarer Grundlage, so stehen die drei Systeme von D'Hondt, von Sainte-Laguë und der stärksten Bruchzahlen zur Auswahl. Die proportionale Vertretung auch bei vielen kleinen Wahlkreisen zu verwirklichen sind nur das Bruchzahlverfahren oder das Sainte-Laguësche System imstande. Die andern Verfahren würden da zu empfindliche Verschiebungen zugunsten der stärksten Partei hervorrufen, bei wenigen, grossen Wahlkreisen sind wohl alle tauglich. Wo die Grenze genauer zu ziehen ist, lässt sich mit den oben angegebenen theoretischen Zahlen entscheiden. Der Parteizersplitterung wirkt wohl das D'Hondtsche Verfahren am konsequentesten entgegen. Man könnte aber auch den Wunsch aufstellen, dass prinzipienlose Wahlbündnisse nicht prämiert werden sollen, und dann wäre wieder das Verfahren der stärksten Bruchzahlen oder das von Sainte-Laguë anzuwenden.

Mir scheint, dass das Bruchzahlverfahren am besten die verschiedenen Siebe passiert. Auf alle Fälle, bei der Einführung des einen oder des andern Systems sollte die mit ungefähren, häufig irreführenden Überlegungen und einseitigen Erfahrungen operierende Kontroverse weichen und der genauern statistischen und mathematischen Untersuchung den Platz überlassen. Diesen letztern Punkt zu betonen war meine Absicht.

Tabellarischer Anhang.

A. Beispiel.

Vgl. die Abschnitte I und III.

Die fünf konkurrierenden *Listen* werden durch die Angabe ihrer Stimmennzahlen

10,560 4580 2570 1530 760

bezeichnet.

Die *genauen Anteile* der Listen sind die Zahlen

10.56 4.58 2.57 1.53 0.76

Unter dem *Fehler*, der auf eine Liste entfällt, versteht sich die Differenz: zugewiesene Vertreterzahl weniger genauer Anteil. Die Fehler sind (ungebührende) Gewinne oder Verluste, je nach dem Vorzeichen + oder —.

Unter dem Fehler, der auf den einzelnen *Unterstützer* einer Liste entfällt, versteht sich der Quotient: Fehler der Liste durch ihre Stimmennzahl.

A I. Die durch die verschiedenen Verteilungssysteme zugewiesenen Vertreterzahlen.

Verteilungssystem	Gewählt auf Grund der Stimmennzahlen				
	10,560	4580	2570	1530	760
Sainte-Laguë . .	10	4	3	2	1
Bruchzahlverf. .	10	5	3	1	1
Freiburg . . .	11	5	3	1	0
St. Gallen . . .	11	5	2	1	1
D'Hondt . . .	12	5	2	1	0
Solothurn . . .	13	4	2	1	0
Neuchâtel (Quor.)	14	6	0	0	0

A II. Die auf die Listen entfallenden Fehler.

Verteilungssystem	10,560	4580	2570	1530	760	Summe der Fehlerbeträge	Summe der Fehlerquadrate	Äusserster Fehlerbetrag
Sainte-Laguë	— 0.56	— 0.58	+ 0.43	+ 0.47	+ 0.24	2.28	1.11	0.58
Bruchzahlen	— 0.56	+ 0.42	+ 0.43	— 0.53	+ 0.24	2.18	1.01	0.56
Freiburg	+ 0.44	+ 0.42	+ 0.43	— 0.53	— 0.76	2.58	1.41	0.76
St. Gallen	+ 0.44	+ 0.42	— 0.57	— 0.53	+ 0.24	2.20	1.03	0.57
D'Hondt	+ 1.44	+ 0.42	— 0.57	— 0.53	— 0.76	3.72	3.43	1.44
Solothurn	+ 2.44	— 0.58	— 0.57	— 0.53	— 0.76	4.88	7.47	2.44
Neuchâtel (Quor.) . . .	+ 3.44	+ 1.42	— 2.57	— 1.53	— 0.76	9.72	23.37	3.44

A III. Die auf die einzelnen Unterstützer der Listen entfallenden Fehler.

(Mit Ausnahme derjenigen in der drittletzten Spalte sind die Zahlen mit 1000 multipliziert.)

Verteilungssystem	10,560	4580	2570	1530	760	Summe der Fehlerbeträge	Summe der Fehlerquadrate	Äusserster positiver Fehler
Sainte-Laguë	— 0.053	— 0.127	+ 0.167	+ 0.307	+ 0.316	2.28	0.395	0.316
Bruchzahlen	— 0.053	+ 0.092	+ 0.167	— 0.346	+ 0.316	2.18	0.401	0.316
Freiburg	+ 0.042	+ 0.092	+ 0.167	— 0.346	— 1.000	2.58	1.072	0.167
St. Gallen	+ 0.042	+ 0.092	— 0.222	— 0.346	+ 0.316	2.20	0.443	0.316
D'Hondt	+ 0.136	+ 0.092	— 0.222	— 0.346	— 1.000	3.72	1.306	0.136
Solothurn	+ 0.231	— 0.127	— 0.222	— 0.346	— 1.000	4.88	1.707	0.231
Neuchâtel (Quor.) . . .	+ 0.326	+ 0.310	— 1.000	— 1.000	— 1.000	9.72	16.563	0.326

B. Ergebnisse der Solothurner Kantonsratswahlen 1896—1917

nach verschiedenen Verteilungssystemen berechnet.

Quellen: Für das Jahr 1896 bei *Klöti*, a. a. O., diese Zeitschrift, Jahrg. 37 (1901), S. 306—307. Die Angaben wurden auf Grund einer Mitteilung der Solothurner Staatskanzlei kontrolliert und teilweise berichtigt.

Für die spätern Jahre die amtliche Publikation des Kantons Solothurn: Ergebnis der Wahlen des Kantonsrates, als Beilage zum Amtsblatt oder als Separatabdruck erschienen (Solothurn, Gassmann).

Die *Wahlkreise* sind: I. Solothurn, II. Lebern, III. Bucheggberg, IV. Kriegstetten, V. Balsthal-Tal, VI. Balsthal-Gäu, VII. Olten, VIII. Gösigen, IX. Dornegg, X. Thierstein.

Die *Parteien* sind:

F: Freisinnig-demokratische Partei.

V: Solothurnische Volkspartei. Bei den Wahlen 1896 und 1900 nannte sie sich Oppositionelle Partei. Derselben sind die 125 Stimmen der im Wahlkreise III im 1896 aufgetretenen isolierten unabhängigen Partei zugezählt¹⁾.

¹⁾ Vgl. *Klöti*, a. a. O. In meiner frühern Mitteilung zählte ich diese Stimmen der Sozialdemokratischen Partei zu.

S: Sozialdemokratische Partei. Nannte sich verschiedentlich auch Arbeiterpartei.

Unter *tatsächlichen Stimmen* sind die gültigen Listenstimmen zu verstehen.

Die *reduzierten Stimmen* sind den tatsächlichen Stimmen proportional, und der Proportionalitätsfaktor ist so bestimmt, dass auf 100 reduzierte Stimmen ein Vertreter des Wahlkreises entfällt.

Die *Verteilungssysteme* sind im Text erklärt. Vgl. im Abschnitt I die Nummern 11, 1, 2, 7, 10, 9, 4.

Die fiktiven *Wahlbündnisse* entstehen durch Zusammenlegen der Stimmen je zwei Parteien. Sie sind

V + S gegen F,

S + F gegen V,

F + V gegen S.

$\left\{ \begin{smallmatrix} + \\ - \end{smallmatrix} \right\}$ in den beiden letzten Kolonnen der Tabellen

B I—VI bedeutet 1 Sitz $\left\{ \begin{smallmatrix} \text{Gewinn} \\ \text{Verlust} \end{smallmatrix} \right\}$ der gegnerischen Wahlverbindung.

Die mit *Kanton* bezeichneten 4 letzten Zeilen der ersten 9 Spalten in den Tabellen B I—VI enthalten die Summen der entsprechenden Zahlen aus den vorangehenden Zeilen.

B I. Ergebnisse der Erneuerungswahl 1896.

Wahlkreis	Partei	Stimmen		Gewählt nach dem Verfahren							Gewählt gegen Wahlbündnis nach	
		Tatsächliche	Reduzierte	Sainte-Laguë	Bruchzahlverfahren	Freiburg	St. Gallen	D'Hondt	Solothurn	Neuchâtel	Bruchzahlverfahren	D'Hondt
I	F	757	529	5	5	6	5	6	6	6	5	5 +
	V	549	383	4	4	4	4	4	4	4	4	4
	S	126	88	1	1	0	1	0	0	0	1	0
	Total	1,432	1,000	10	10	10	10	10	10	10		
II	F	1,226	778	8	8	8	8	8	9	8	8	8
	V	561	355	3	3	3	3	3	3	3	4 —	3
	S	735	467	5	5	5	5	5	4	5	5	4 +
	Total	2,522	1,600	16	16	16	16	16	16	16		
III	F	1,105	718	7	7	8	8	8	8	8	7	8
	V	125	82	1	1	0	0	0	0	0	1	0
	S	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Total	1,230	800	8	8	8	8	8	8	8		
IV	F	1,264	756	7	7	7	8	8	9	8	8 —	8
	V	618	370	4	4	4	4	4	3	4	4	3 +
	S	460	274	3	3	3	2	2	2	2	3	2
	Total	2,342	1,400	14	14	14	14	14	14	14		
V	F	1,087	591	6	6	6	6	6	6	6	6	6
	V	567	309	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	S	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Total	1,654	900	9	9	9	9	9	9	9		
VI	F	648	398	4	4	4	4	4	4	4	4	4
	V	492	302	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	S	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Total	1,140	700	7	7	7	7	7	7	7		
VII	F	1,754	1,051	10	10	10	11	11	11	11	11 —	11
	V	965	580	6	6	6	6	6	6	6	6	6
	S	283	169	2	2	2	1	1	1	1	2	1
	Total	3,002	1,800	18	18	18	18	18	18	18		
VIII	F	958	547	5	5	6	6	6	6	6	5	6
	V	683	390	4	4	4	4	4	4	4	4	4
	S	110	63	1	1	0	0	0	0	0	1	0
	Total	1,751	1,000	10	10	10	10	10	10	10		
IX	F	766	418	4	4	4	4	4	4	5	4	4
	V	698	382	4	4	4	4	4	4	3	4	4
	S	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Total	1,464	800	8	8	8	8	8	8	8		
X	F	673	378	4	4	4	4	4	4	3	4	4
	V	754	422	4	4	4	4	4	4	5	4	4
	S	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Total	1,427	800	8	8	8	8	8	8	8	Gewinn der Wahlverbündeten	
Kanton	F	10,238	6,164	60	60	63	64	65	67	65	— 2	+ 1
	V	6,012	3,575	36	36	35	35	35	34	35	— 1	+ 1
	S	1,714	1,061	12	12	10	9	8	7	8	0	+ 1
	Total	17,964	10,800	108	108	108	108	108	108	108		

B. III. Ergebnisse der Erneuerungswahl 1904.

Wahlkreis	Partei	Stimmen		Gewählt nach dem Verfahren							Gewählt gegen Wahlbündnis nach	
		Tatsächliche	Reduzierte	Sainte-Laguë	Bruchzahlverfahren	Freiburg	St. Gallen	D'Hondt	Solothurn	Neuchâtel	Bruchzahlverfahren	D'Hondt
I	F	1,058	792	8	8	8	8	8	9	8	8	8
	V	484	361	4	4	4	4	4	3	4	4	3 +
	S	196	147	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	Total	1,738	1,300	13	13	13	13	13	13	13		
II	F	1,612	1,005	10	10	10	10	10	10	11	10	10
	V	503	313	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	S	776	482	5	5	5	5	5	5	4	5	5
	Total	2,891	1,800	18	18	18	18	18	18	18		
III	F	881	700	7	7	7	7	7	7	7	7	7
	V	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	S	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Total	881	700	7	7	7	7	7	7	7		
IV	F	1,614	1,078	11	11	11	11	11	12	11	11	11
	V	843	562	5	6	6	6	6	5	6	6	5 +
	S	539	360	4	3	3	3	3	3	3	4 —	3
	Total	2,996	2,000	20	20	20	20	20	20	20		
V	F	1,296	699	7	7	7	7	7	7	7	7	7
	V	744	401	4	4	4	4	4	4	4	4	4
	S	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Total	2,040	1,100	11	11	11	11	11	11	11		
VI	F	817	411	4	4	4	4	4	4	5	4	4
	V	575	289	3	3	3	3	3	3	2	3	3
	S	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Total	1,392	700	7	7	7	7	7	7	7		
VII	F	1,971	1,234	12	12	12	12	13	13	13	12	12 +
	V	1,058	662	7	7	7	7	6	6	6	7	6
	S	485	304	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	Total	3,514	2,200	22	22	22	22	22	22	22		
VIII	F	1,021	587	6	6	6	6	6	6	6	6	6
	V	797	459	4	5	5	5	5	5	5	5	5
	S	93	54	1	0	0	0	0	0	0	1 —	0
	Total	1,911	1,100	11	11	11	11	11	11	11		
IX	F	867	441	4	4	4	4	4	4	5	4	4
	V	707	359	4	4	4	4	4	4	3	4	4
	S	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Total	1,574	800	8	8	8	8	8	8	8		
X	F	661	366	4	4	4	4	4	4	3	4	4
	V	785	434	4	4	4	4	4	4	5	4	4
	S	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Total	1,446	800	8	8	8	8	8	8	8	Gewinn der Wahlverbündeten	
Kanton	F	11,798	7,313	73	73	73	73	74	76	76	0	+ 1
	V	6,496	3,840	38	40	40	40	39	37	38	0	+ 2
	S	2,089	1,347	14	12	12	12	12	12	11	— 2	0
	Total	20,383	12,500	125	125	125	125	125	125	125		

[illegible]

B VII. Gesamtergebnisse der Periode 1896—1917.

Partei	Stimmen		Sainte-Laguë	Bruchzahl-verfahren	Freiburg	St. Gallen	D'Hondt	Solothurn	Neuchâtel
	Tatsächliche	Reduzierte							
F . . .	70,307	41,203	412	413	416	420	424	430	431
V . . .	39,394	22,518	224	227	228	223	222	219	219
S . . .	20,702	12,279	124	120	116	117	114	111	110
	130,403	76,000	760	760	760	760	760	760	760

B VIII. Anzahl der Wahlgänge während der Periode 1896—1917, geordnet nach der Stellung, die in deren Ergebnissen die Parteien einnahmen.

Partei	Drei Listen			Zwei Listen		Ohne Konkur-renz	Wahl-ent-haltung	Total
	Grösste	Mittlere	Kleinste	Grössere	Kleinere			
Freisinnige	35	4	—	14	4	3	—	60
Volkspartei	2	26	11	4	12	—	5	60
Sozialdemokratische . . .	2	9	28	—	2	—	19	60
Total	39	39	39	18	18	3	24	180

B IX. Gesamterfolg der Wahlverbindungen während der Periode 1896—1917.

Die beiden Parteien	Wahl-bündnis	Erhalten Sitze nach	
		Bruchzahl-verfahren	D'Hondt
V + S {	ohne	347	336
	mit	346	345
S + F {	ohne	533	538
	mit	534	542
F + V {	ohne	640	646
	mit	636	651

C. Abweichungen der von den verschiedenen Systemen zugesprochenen Vertreterzahlen von den genauen Anteilen.

Die {tatsächlichen} *genauen Anteile* der Parteien bei einer Erneuerungswahl (bzw. in der ganzen Periode) sind proportional der Gesamtzahl der. auf die Partei bei der Erneuerungswahl (bzw. in der ganzen Periode) gefallenen {tatsächlichen} *Stimmen*, und der Proportionalitätsfaktor ist so bestimmt, dass die Summe der *genauen Anteile* der drei Parteien der Anzahl aller bei der Erneuerungswahl (bzw. in der ganzen Periode) erteilten Mandate gleichkommt¹⁾.

Unter {tatsächlichem} *Gewinn* einer Partei (über ihren *genauen Anteil* hinaus) versteht sich die Differenz: zugewiesene Vertreterzahl weniger {tatsächlicher} *reduzierter* *genauer Anteil* (negative Gewinne sind Verluste).

¹⁾ Ob der reduzierte *genaue Anteil* grösser oder kleiner ist als der *tatsächliche genaue Anteil*, hängt davon ab, ob die Ungleichmässigkeit der Wahlkreiseinteilung der betreffenden Partei Nutzen oder Schaden bringt.

C I. Genaue Anteile und zugewiesene Vertreterzahlen.

Jahre	Partei	Genaue Anteile		Gewählt nach dem Verfahren						
		Tatsächliche	Reduzierte	Sainte-Laguë	Bruchzahlverfahren	Freiburg	St. Gallen	D'Hondt	Solothurn	Neuchâtel
1896 . . .	Freisinnige	61.6	61.6	60	60	63	64	65	67	65
	Volkspartei	36.2	35.8	36	36	35	35	35	34	35
	Sozialdemokratische	10.2	10.6	12	12	10	9	8	7	8
1900 . . .	Freisinnige	63.0	64.5	66	66	66	66	66	66	68
	Volkspartei	34.7	33.3	33	33	33	33	33	33	31
	Sozialdemokratische	10.3	10.2	9	9	9	9	9	9	9
1904 . . .	Freisinnige	72.4	73.1	73	73	73	73	74	76	76
	Volkspartei	39.8	38.4	38	40	40	40	39	37	38
	Sozialdemokratische	12.8	13.5	14	12	12	12	12	12	11
1908 . . .	Freisinnige	66.5	66.4	66	67	67	68	69	70	70
	Volkspartei	35.7	35.2	35	35	35	34	34	34	34
	Sozialdemokratische	22.8	23.4	24	23	23	23	22	21	21
1912 . . .	Freisinnige	78.8	78.4	78	78	78	80	81	83	83
	Volkspartei	42.4	41.6	41	41	43	40	40	40	41
	Sozialdemokratische	25.8	27.0	28	28	26	27	26	24	23
1917 . . .	Freisinnige	68.4	68.0	69	69	69	69	69	68	69
	Volkspartei	41.2	40.9	41	42	42	41	41	41	40
	Sozialdemokratische	37.4	38.1	37	36	36	37	37	38	38
Periode 1896-1917	Freisinnige	409.8	412.0	412	413	416	420	424	430	431
	Volkspartei	229.6	225.2	224	227	228	223	222	219	219
	Sozialdemokratische	120.6	122.8	124	120	116	117	114	111	110

C II. Tatsächliche Gewinne der Parteien.

Verteilungssystem	Partei	1896	1900	1904	1908	1912	1917	Total in 6 Er- neuerungs- wahlen	Gewinn der Periode
Sainte-Laguë	F	— 1.6	+ 3.0	+ 0.6	— 0.5	— 0.8	+ 0.6	+ 1.3	+ 2.2
	V	— 0.2	— 1.7	— 1.8	— 0.7	— 1.4	— 0.2	— 6.0	— 5.6
	S	+ 1.8	— 1.3	+ 1.2	+ 1.2	+ 2.2	— 0.4	+ 4.7	+ 3.4
Bruchzahlverfahren	F	— 1.6	+ 3.0	+ 0.6	+ 0.5	— 0.8	+ 0.6	+ 2.3	+ 3.2
	V	— 0.2	— 1.7	+ 0.2	— 0.7	— 1.4	+ 0.8	— 3.0	— 2.6
	S	+ 1.8	— 1.3	— 0.8	+ 0.2	+ 2.2	— 1.4	+ 0.7	— 0.6
Freiburg	F	+ 1.4	+ 3.0	+ 0.6	+ 0.5	— 0.8	+ 0.6	+ 5.3	+ 6.3
	V	— 1.2	— 1.7	+ 0.2	— 0.7	+ 0.6	+ 0.8	— 2.0	— 1.6
	S	— 0.2	— 1.3	— 0.8	+ 0.2	+ 0.2	— 1.4	— 3.3	— 4.6
St. Gallen	F	+ 2.4	+ 3.0	+ 0.6	+ 1.5	+ 1.2	+ 0.6	+ 9.3	+ 10.2
	V	— 1.2	— 1.7	+ 0.2	— 1.7	— 2.4	— 0.2	— 7.0	— 6.6
	S	— 1.2	— 1.3	— 0.8	+ 0.2	+ 1.2	— 0.4	— 2.3	— 3.6
D'Hondt	F	+ 3.4	+ 3.0	+ 1.6	+ 2.5	+ 2.2	+ 0.6	+ 13.3	+ 14.2
	V	— 1.2	— 1.7	— 0.8	— 1.7	— 2.4	— 0.2	— 8.0	— 7.6
	S	— 2.2	— 1.3	— 0.8	— 0.8	+ 0.2	— 0.4	— 5.3	— 6.6
Solothurn	F	+ 5.4	+ 3.0	+ 3.6	+ 3.5	+ 4.2	— 0.4	+ 19.3	+ 20.3
	V	— 2.2	— 1.7	— 2.8	— 1.7	— 2.4	— 0.2	— 11.0	— 10.6
	S	— 3.2	— 1.3	— 0.8	— 1.8	— 1.8	+ 0.6	— 8.3	— 9.6
Neuchâtel	F	+ 3.4	+ 5.0	+ 3.6	+ 3.5	+ 4.2	+ 0.6	+ 20.3	+ 21.2
	V	— 1.2	— 3.7	— 1.8	— 1.7	— 1.4	— 1.2	— 11.0	— 10.6
	S	— 2.2	— 1.3	— 1.8	— 1.8	— 2.8	+ 0.6	— 9.3	— 10.6

C III. Reduzierte Gewinne der Parteien.

Verteilungssystem	Partei	1896	1900	1904	1908	1912	1917	Total in sechs Erneuerungswahlen	Gewinn der Periode
Sainte-Laguë	F	— 1.6	+ 1.5	— 0.1	— 0.4	— 0.4	+ 1.0	— 0.0	— 0.0
	V	+ 0.2	— 0.3	— 0.4	— 0.2	— 0.6	+ 0.1	— 1.2	— 1.2
	S	+ 1.4	— 1.2	+ 0.5	+ 0.6	+ 1.0	— 1.1	+ 1.2	+ 1.2
Bruchzahlverfahren	F	— 1.6	+ 1.5	— 0.1	+ 0.6	— 0.4	+ 1.0	+ 1.0	+ 1.0
	V	+ 0.2	— 0.3	+ 1.6	— 0.2	— 0.6	+ 1.1	+ 1.8	+ 1.8
	S	+ 1.4	— 1.2	— 1.5	— 0.4	+ 1.0	— 2.1	— 2.8	— 2.8
Freiburg	F	+ 1.4	+ 1.5	— 0.1	+ 0.6	— 0.4	+ 1.0	+ 4.0	+ 4.0
	V	— 0.8	— 0.3	+ 1.6	— 0.2	+ 1.4	+ 1.1	+ 2.8	+ 2.8
	S	— 0.6	— 1.2	— 1.5	— 0.4	— 1.0	— 2.1	— 6.8	— 6.8
St. Gallen	F	+ 2.4	+ 1.5	— 0.1	+ 1.6	+ 1.6	+ 1.0	+ 8.0	+ 8.0
	V	— 0.8	— 0.3	+ 1.6	— 1.2	— 1.6	+ 0.1	— 2.2	— 2.2
	S	— 1.6	— 1.2	— 1.5	— 0.4	0.0	— 1.1	— 5.8	— 5.8
D'Hondt	F	+ 3.4	+ 1.5	+ 0.9	+ 2.6	+ 2.6	+ 1.0	+ 12.0	+ 12.0
	V	— 0.8	— 0.3	+ 0.6	— 1.2	— 1.6	+ 0.1	— 3.3	— 3.2
	S	— 2.6	— 1.2	— 1.5	— 1.4	— 1.0	— 1.1	— 8.8	— 8.8
Solothurn	F	+ 5.4	+ 1.5	+ 2.9	+ 3.8	+ 4.6	0.0	+ 18.0	+ 18.0
	V	— 1.8	— 0.8	— 1.4	— 1.2	— 1.6	+ 0.1	— 6.2	— 6.2
	S	— 3.6	— 1.2	— 1.5	— 2.4	— 3.0	— 0.1	— 11.8	— 11.8
Neuchâtel	F	+ 3.4	+ 3.5	+ 2.9	+ 3.6	+ 4.6	+ 1.0	+ 19.0	+ 19.0
	V	— 0.8	— 2.3	— 0.4	— 1.2	— 0.6	— 0.9	— 6.2	— 6.2
	S	— 2.6	— 1.2	— 2.5	— 2.4	— 4.0	— 0.1	— 12.8	— 12.8

D. Resultate der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

D I. Durchschnittliche Gewinne bei D'Hondtschem System bei 3 Listen.

Sitze	Grösste Partei	Mittlere Partei	Kleinste Partei
5	+ 0.372	— 0.103	— 0.269
10	+ 0.389	— 0.096	— 0.293
15	+ 0.399	— 0.093	— 0.306
20	+ 0.402	— 0.089	— 0.313

D II. Durchschnittliche Gewinne in einem Wahlkreis mit viel Vertretern bei zwei und drei Listen.

Verteilungssystem	Drei Listen			Zwei Listen	
	Grösste Partei	Mittlere Partei	Kleinste Partei	Grössere Partei	Kleinere Partei
Sainte-Laguë	0	0	0	0	0
Bruchzahlverfahren	0	0	0	0	0
St. Gallen	+ $\frac{5}{18}$	— $\frac{1}{18}$	— $\frac{4}{18}$	+ $\frac{1}{4}$	— $\frac{1}{4}$
D'Hondt	+ $\frac{5}{12}$	— $\frac{1}{12}$	— $\frac{4}{12}$	+ $\frac{1}{4}$	— $\frac{1}{4}$
Solothurn	+ $\frac{11}{18}$	— $\frac{4}{18}$	— $\frac{7}{18}$	+ $\frac{1}{4}$	— $\frac{1}{4}$
Neuchâtel	+ $\frac{1}{2}$	0	— $\frac{1}{2}$	+ $\frac{1}{2}$	— $\frac{1}{2}$

D III. Durchschnittliche Gewinne in einem Wahlkreis mit viel Vertretern bei zwei und drei Listen.

(Identisch mit Tafel D II, nur die Zahlen sind in Dezimalbrüche verwandelt.)

Verteilungssystem	Drei Listen			Zwei Listen	
	Grösste Partei	Mittlere Partei	Kleinste Partei	Grössere Partei	Kleinere Partei
Sainte-Laguë	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Bruchzahlverfahren	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
St. Gallen	+ 0.278	— 0.050	— 0.222	+ 0.250	— 0.250
D'Hondt	+ 0.416	— 0.083	— 0.333	+ 0.250	— 0.250
Solothurn	+ 0.611	— 0.222	— 0.389	+ 0.250	— 0.250
Neuchâtel	+ 0.500	— 0.000	— 0.500	+ 0.500	— 0.500

D IV. Vergleich der Theorie mit den statistischen Daten des Anhangs.

Verteilungssystem	Total der tatsächlichen Gewinne in sechs Erneuerungswahlen ¹⁾	Tatsächlicher Gewinn der Periode ²⁾	Reduzierter Gewinn der Periode ³⁾	Theoretischer Gewinn der Periode
Sainte-Laguë	+ 1.3	+ 2.2	0.0	0
	— 6.0	— 5.6	— 1.2	0
	+ 4.7	+ 3.4	+ 1.2	0
Bruchzahlverf.	+ 2.3	+ 3.2	+ 1.0	0
	— 3.0	— 2.6	+ 1.8	0
	+ 0.7	— 0.6	— 2.8	0
St. Gallen	+ 9.3	+ 10.2	+ 8.0	+ 12.0
	— 7.0	— 6.6	— 2.2	— 5.3
	— 2.3	— 3.6	— 5.8	— 6.7
D'Hondt	+ 13.3	+ 14.2	+ 12.0	+ 16.7
	— 8.0	— 7.6	— 3.2	— 7.0
	— 5.3	— 6.6	— 8.8	— 9.7
Solothurn	+ 19.3	+ 20.2	+ 18.0	+ 23.0
	— 11.0	— 10.6	— 6.2	— 10.8
	— 8.3	— 9.6	— 11.8	— 12.2
Neuchâtel	+ 20.3	+ 21.2	+ 19.0	+ 22.5
	— 11.0	— 10.6	— 6.2	— 8.5
	— 9.3	— 10.6	— 12.8	— 14.0

¹⁾ Vgl. vorletzte Spalte in C II.

²⁾ Vgl. letzte Spalte in C II.

³⁾ Auch Total der reduzierten Gewinne in 6 Erneuerungswahlen. Vgl. die beiden letzten Spalten in C III.