Die Rechnungsgrundlagen der baselstädtischen Alters- und Hinterlassenenversicherung

Von Dr. *K. Fuchs*, Basel

Die unerwartet starke Verwerfung der eidgenössischen Gesetzesvorlage für eine obligatorische Alters- und Hinterlassenenversicherung am 5. und 6. Dezember 1931 gibt zu der Vermutung Anlass, dass die Durchführung eines solchen Sozialversicherungswerkes auf eidgenössischem Boden noch lange hinausgeschoben werden dürfte, wenn nicht überhaupt gänzlich verlassen wird. Die grosse Verschiedenheit territorialer, politischer und wirtschaftlicher Natur in den einzelnen Kantonsgebieten, welche einer einheitlichen Versicherungsform für das ganze Gebiet der Eidgenossenschaft entgegensteht, und welche durch kantonale Ergänzungsversicherungen zur eidgenössischen Volksversicherung als Mindestversicherung ausgeglichen werden sollte, wird nun wohl zu selbständigen kantonalen Fürsorgeeinrichtungen führen. Dies um so mehr, als von einigen Kantonen die soziale Alters-, Invaliden- und Hinterlassenenversicherung zum Teil schon durchgeführt, zum Teil in Beratung gezogen worden ist. Was die bestehenden kantonalen Einrichtungen zunächst charakterisiert, ist der Umstand, dass die beiden westschweizerischen Kantone die Versicherung auf freiwilliger Grundlage aufgebaut haben, während die drei Kantone der Ost- und Nordschweiz die Volksversicherung obligatorisch unter Anwendung des Prämiendeckungsverfahrens durchführen. Von den obligatorischen Versicherungen dürfte die baselstädtische als die jüngste Einrichtung deshalb besonderes Interesse beanspruchen, weil sie eine vollständige Alters- und Hinterlassenenversicherung in der Art der eidgenössischen Vorlage darstellt und in ihrem finanziellen Aufbau ein einzigartiges, den besondern Verhältnissen des Grenzkantons angepasstes Deckungssystem aufweist.

Die Durchführung einer obligatorischen Sozialversicherung erfolgt nach verschiedenen Systemen. Von den hauptsächlichst angewandten Methoden, dem Umlageverfahren und dem Kapitaldeckungsverfahren, wurde bei der Gesetzesausarbeitung für die baselstädtische Alters- und Hinterlassenenversicherung das letztgenannte System gewählt. Die Annahme dieses Deckungsverfahrens war für die bei einem Grenzkanton wie Baselstadt vorliegenden Verhältnisse in der Bevölkerungsbewegung sowie in der wirtschaftlichen Struktur eine unbedingte Notwendigkeit. Im Gegensatz zu andern Sozialversicherungen ist jedoch die baselstädtische nicht auf dem Prämiendurchschnittsverfahren aufgebaut, vielmehr sind die Prämien nach dem Eintrittsalter abgestuft. Das System unterscheidet sich aber auch von dem in der privaten Lebensversicherung angewandten Deckungsverfahren, weil die Prämien nicht der individuellen Belastung entsprechend bemessen, sondern nach einer besondern Methode festgesetzt wurden. Es werden nämlich nicht alle versicherten Personen zur Prämienleistung herangezogen; sodann sind die Prämien für die männlichen Personen einerseits, für die gleichaltrigen weiblichen unverheirateten Personen andererseits im Verhältnis 6 : 5 aufgeteilt. Die Annahme der im Gesetz vom 4. Dezember 1930 verankerten Bestimmungen hinsichtlich der Versicherungs- und Beitragspflicht machte es notwendig, ausser den in der privaten Lebensversicherungspraxis verwendeten Formeln und Wahrscheinlichkeitswerten neue Grössen heranzuziehen und die für die Anwendbarkeit des angenommenen Deckungsverfahrens notwendigen Rechnungsgrundlagen und Formeln entsprechend zu erweitern.

I. Die statistischen Grundlagen

Bei der Wahl der Rechnungsgrundlagen gilt für den Versicherungstechniker als Wegleitung, Wahrscheinlichkeiten anzunehmen, die dem zu erwartenden Verlauf in der Versicherungsgemeinschaft möglichst nahekommen. Dieser Forderung Rechnung tragend, wurden für die Berechnung der Prämien und der Deckungskapitalien fast durchwegs Annahmen zugrunde gelegt, die auf Beobachtungen an der baselstädtischen Bevölkerung zurückzuführen sind.

Für die Sterblichkeit der Versicherten wurde die von Dr. H. Stohler in Heft I des 62. Jahrganges der «Zeitschrift für schweizerische Statistik und Volkswirtschaft» veröffentlichte Sterbetafel verwendet. Diese «Basler Sterbetafel» erstreckt sich über die Beobachtungsjahre 1918 bis 1924. Die Sterbenswahrscheinlichkeiten sind für Männer und für Frauen getrennt ermittelt worden unter Berücksichtigung der Wanderungsverhältnisse. Die Zahlenwerte sind nach der Methode von Woolhouse zweimal ausgeglichen. Die Basler Tafeln unterscheiden sich von den entsprechenden der schweizerischen Bevölkerung für die Jahre 1920/21 hauptsächlich in der Mitberücksichtigung der Wanderungsverhältnisse, dann aber auch in der Wahl des Ausgleichsverfahrens. Die schweizerischen Sterbetafeln SM und SF 1920/21 sind bekanntlich nach der Makehamschen Methode ausgeglichen worden. Die Einbeziehung des Grippejahres 1918 bei der Erstellung der Basler Sterbetafeln hatte zur Folge, dass die Alterszone 15—40 verhältnismässig hohe Sterblichkeitssätze aufweist. Dieser Umstand bewirkt eine etwas zu pessimistische Einschätzung des Todesfallrisikos. Voraussichtlich werden nämlich weniger Sterbefälle, welche die Kasse belasten, eintreten; sodann werden im Durchschnitt die Jahresprämien länger gezahlt werden, als rechnungsmässig angenommen wird. Andererseits wird aber auch die Rentenanwartschaft etwas unterschätzt. Tatsächlich werden mehr Personen, als nach der Sterbetafel angenommen worden sind, Anspruch auf Altersrente erheben.

Die für die Witwenversicherung sowie für die Prämienzahlungen der weiblichen Personen mitzuberücksichtigenden Wahrscheinlichkeiten, verheiratet zu sein, fussen gleichfalls auf baselstädtischen Beobachtungszahlen. Von den dem statistischen Jahrbuch entnommenen Verhältniszahlen der Beobachtungsjahre 1910 und 1920 wurde das Mittel genommen; die so erhaltenen Zahlenwerte wurden nach der Schärtlinschen Methode ausgeglichen.

Die auf Grund der statistischen Jahrbücher erhaltenen Werte gelten für Männer. Die Wahrscheinlichkeit für weibliche Personen, verheiratet zu sein, wurde in Verbindung mit den verwendeten Sterbetafeln wie folgt ermittelt. Ist $\vartheta_{x+\frac{1}{2}}$ die Wahrscheinlichkeit für die Männer, verheiratet zu sein, so sind $l_{x+\frac{1}{2}} \cdot \vartheta_{x+\frac{1}{2}}$ Männer verheiratet. Die gleiche Anzahl Ehefrauen, verteilt auf die sämtlichen lebenden Frauen $l_{y+\frac{1}{2}}$, ergibt die Wahrscheinlichkeit für Frauen, verheiratet zu sein. Es ist also

$$\vartheta_{y+\frac{1}{2}} = \frac{l_{x+\frac{1}{2}} \cdot \vartheta_{x+\frac{1}{2}}}{l_{y+\frac{1}{2}}}$$

Dabei ist angenommen worden, dass die sämtlichen Ehefrauen der verheirateten x jährigen Männer y Jahre alt sind.

Für die Bestimmung der durchschnittlichen Anzahl und des durchschnittlichen Alters der Kinder unter 18 Jahren sind die vom statistischen Amt Baselstadt bearbeiteten Zahlen herangezogen worden. Die durchschnittliche Anzahl der Kinder, welche sich nach den genannten Untersuchungen auf sämtliche Männer sowie auf die ledigen und geschiedenen Frauen bezieht, wurde auf die Männer allein umgerechnet, da im Sinne des Ratschlages vom 6. Dezember 1928 zum baselstädtischen Gesetz die Belastung durch die Waisenrenten nur den männlichen Versicherten überbunden werden soll.

Nach den Bestimmungen des Gesetzes wird beim Tode eines verheirateten Mannes an die ihn überlebende Ehegattin eine Abfindung von Fr. 500 gezahlt, sofern die Ehefrau bei der Verwitwung noch nicht 65 Jahre alt ist. Es hätte demnach bei einer Berechnung der genauen Belastung durch diese Witwenabfindung die Wahrscheinlichkeit für einen Mann, mit einer weniger als 65 Jahre alten Frau verheiratet zu sein, berücksichtigt werden müssen. Die Vernachlässigung dieser Wahrscheinlichkeit hat zur Folge, dass die entsprechende Belastung etwas zu hoch ausgefallen ist. Die Tatsache, dass die Witwenabfindung nur dann gezahlt wird, wenn die Ehefrau beim Tode des Mannes noch nicht 65 Jahre alt ist, wurde bei der Berechnung dieser Belastung wie folgt berücksichtigt. Unter Verwendung der in den Jahren 1910 und 1920 in Baselstadt beobachteten Altersverhältnisse konnte das durchschnittliche Alter y_x der Ehefrau, bezogen auf das Alter x des Mannes, ermittelt werden. Da hiernach die Frau nach dem Alter 71 des Mannes durchschnittlich 65 und mehr Jahre alt ist, wurde die Auszahlung eines Sterbegeldes nur bis zum Alter 71 des Mannes angenommen.

Das im Gesetz gewählte Deckungsverfahren setzt voraus, dass für jedes Alter die Anzahl der Männer und die Anzahl der gleichaltrigen Frauen bekannt ist. Die zu diesem Zwecke eingeführte Verhältniszahl, der sogenannte Geschlechterfaktor, wurde zur Berechnung der Nettoprämien und des Nettodeckungskapitals unter Verwendung der im statistischen Jahrbuch der Stadt Basel für die Jahre 1924 bis 1929 veröffentlichten Zahlen festgestellt. Die Mittelwerte der 6jährigen

Beobachtungsperiode sind wiederum nach der Schärtlinschen Methode ausgeglichen worden.

$$g_{x+\frac{1}{2}} = \frac{L_{y+\frac{1}{2}}}{L_{x+\frac{1}{2}}}, \text{ wobei } y+\frac{1}{2} = x+\frac{1}{2}$$

Es ist bei der Wahl des Geschlechterfaktors die Frage erwogen worden, ob für die Bestimmung dieser Verhältniszahlen die Wohnbevölkerung oder die Gesamtheit der Einwandernden zugrunde gelegt werden soll. Man hat schliesslich die Wohnbevölkerung als Masstab genommen, weil die Berücksichtigung der Gesamtheit der Einwandernden zur Folge gehabt hätte, dass auch die Wahrscheinlichkeit, verheiratet zu sein, hätte entsprechend abgeändert werden müssen. Ausschlaggebend für die getroffene Wahl war einerseits das Bestreben, eine allzugrosse Rechenarbeit zu vermeiden, andrerseits der Umstand, dass das Zahlenmaterial in der vorliegenden Form nicht verwendet werden kann. Der grösste Teil der Zuwandernden verlässt nämlich erfahrungsgemäss in verhältnismässig kurzer Zeit das Kantonsgebiet wieder und untersteht daher nicht der Versicherungspflicht; nach dem Gesetz werden nämlich nur die seit zwei Jahren ununterbrochen im Kantonsgebiet wohnhaften Personen in die Versicherung aufgenommen. Für Ausländer ist die Wartezeit neuerdings auf 15 Jahre ausgedehnt worden.

Der Rechnungszinsfuss beträgt 4 %.

II. Die mathematischen Grundlagen

Nach den Gesetzesbestimmungen bestehen die Versicherungsleistungen der Alters- und Hinterlassenenversicherungskasse in der Gewährung von Altersrenten, Waisenrenten und Witwenabfindungen. Es sind daher die Barwerte dieser Belastungen zu ermitteln.

Die Kosten für die Versicherung werden durch laufende Prämien sowie durch die Deckung des Eintrittsdefizits für die Eintrittsgeneration seitens des Kantons bestritten. Die Berücksichtigung der Gesetzesbestimmungen erforderte für die Ermittlung der Beitragsbarwerte besondere Untersuchungen und Überlegungen.

Sodann sind die Deckungskapitalien der Versicherung zu ermitteln, und zwar, zur Feststellung der jeweiligen Abgangsreserven und Abfindungswerte bei vorzeitigem Erlöschen der Versicherung durch Wegfall der Versicherungspflicht, getrennt für Männer und Frauen.

Die Zahlung der laufenden Renten wurde vierteljährlich vorschüssig angenommen.

Für die Beitragsbarwerte wurde ein Korrekturglied bestimmt, welches die besondern Verhältnisse der gesetzlichen Prämienzahlungspflicht berücksichtigt. Danach werden die Prämien vierteljährlich erhoben; die Quartalsprämien sind aber nicht zu Beginn der Kalenderquartale, sondern jeweils im 2. Monat des betreffenden Quartals fällig. Im Gegensatz zur privaten Lebensversicherung kennt das Gesetz keine eigentlichen Jahresprämien. Das bedeutet, dass beim Ableben bzw. beim Ausscheiden einer versicherten Person innerhalb eines Versicherungsjahres keine gestundeten Prämien entstehen. Bei der Bestimmung des Korrekturgliedes wurde angenommen, dass sich die Sterbefälle gleichmässig über das ganze Jahr verteilen. Für jedes einzelne Altersjahr besteht demnach die folgende Beziehung:

$$l^*_{x+t} = \frac{1}{4}\left[v^{\frac{1}{12}} \cdot \frac{2\, l_{x+t} + l_{x+t}\left(1 - \frac{q_{x+t}}{4}\right)}{3} + \right.$$

$$+ v^{\frac{4}{12}} \cdot \frac{2\, l_{x+t}\left(1 - \frac{q_{x+t}}{4}\right) + l_{x+t}\left(1 - \frac{q_{x+t}}{2}\right)}{3} +$$

$$+ v^{\frac{7}{12}} \cdot \frac{2\, l_{x+t}\left(1 - \frac{q_{x+t}}{2}\right) + l_{x+t}\left(1 - \frac{3\, q_{x+t}}{4}\right)}{3} +$$

$$\left. + v^{\frac{10}{12}} \cdot \frac{2\, l_{x+t}\left(1 - \frac{3\, q_{x+t}}{4}\right) + l_{x+t}\left(1 - q_{x+t}\right)}{3} \right]$$

$$\sim l_{x+t}\left[\frac{v^{\frac{1}{12}}}{4}\left(1 + 3\, v^{\frac{1}{2}}\right) - q_{x+t} \cdot v^{\frac{1}{12}}\left(\frac{v^{\frac{1}{2}}}{2} - \frac{1}{24}\right)\right]$$

oder, wenn

$$\frac{v^{\frac{1}{12}}}{4}\left(1 + 3 \cdot v^{\frac{1}{2}}\right) \text{ mit } a$$

und

$$v^{\frac{1}{12}}\left(\frac{v^{\frac{1}{12}}}{2} - \frac{1}{24}\right) \text{ mit } b$$

bezeichnet wird,

$$l^*_{x+t} = l_{x+t}\left(a - b \cdot q_{x+t}\right)$$

Die zahlenmässige Auswertung der Grössen a und b ergibt für den technischen Zinsfuss von 4 % die Werte:

$$a = 0{,}98242$$
$$b = 0{,}44728$$

Während die private Lebensversicherung das Alter derart berechnet, dass ein angebrochenes Jahr als vollendet gilt, wenn mehr als 6 Monate verflossen sind, werden nach dem baselstädtischen Gesetz nur die voll zurückgelegten Jahre gezählt, d. h. sämtliche Personen im Alter zwischen x und $x+1$ werden als

x jährige behandelt. Das hat zur Folge, dass im Durchschnitt die versicherungspflichtigen Personen im Alter $x + 1/2$ der Versicherung beitreten; eine Ausnahme hiervon bilden diejenigen Personen, die mit der Erreichung des 20. Altersjahres versicherungspflichtig werden. Die Berücksichtigung der tatsächlichen Beitrittsverhältnisse machte es notwendig, sämtliche in Betracht kommenden Barwerte, Prämien und Deckungskapitalien für die Alter $x + 1/2$ zu berechnen.

1. Barwert der Altersrenten.

Nach den gesetzlichen Bestimmungen haben die versicherten Personen bei Erreichung des 65. Altersjahres Anspruch auf eine lebenslängliche Altersrente. Die Höhe der jährlichen Rente ist nach dem Beitrittsalter abgestuft; sie beträgt für Männer im Minimum Fr. 196, im Maximum Fr. 720; für Frauen im Minimum Fr. 165, im Maximum Fr. 600. Die Rente beginnt sofort nach Zurücklegung des 65. Altersjahres; sind im Zeitpunkt des Rentenbeginnes nicht volle Jahresprämien gezahlt worden, d. h. fällt der Beginn der Altersrente nicht mit dem Beginn eines Versicherungsjahres zusammen, so wird bei Ausrichtung der ersten Rente eine entsprechende Teilprämie verrechnet.

Für die männlichen Personen lässt sich der Barwert der Altersrente sehr einfach durch die Formel

$$R^M \cdot {}_{65}\overset{(4)}{a}{}^M_{x+\frac{1}{2}} = \frac{N_{65} - 0{,}375\, D_{65}}{D_{x+\frac{1}{2}}} \cdot R^M$$

berechnen.

Weibliche Personen erhalten die volle versicherte Rente nur dann, wenn sie unverheiratet sind; an Ehefrauen versicherungspflichtiger Männer wird während der Dauer der Ehe nur die Hälfte der versicherten Frauenrente gezahlt.

Wird mit ϑ_y die Wahrscheinlichkeit für eine Frau, verheiratet zu sein, bezeichnet, so lässt sich der Barwert der Frauenaltersrente wie folgt bestimmen:

$$R^F \cdot {}_{65}\overset{(4)}{a}{}^F_{y+\frac{1}{2}} = \frac{\sum_{t=65}^{w} D_{y+t}\left(1 - \frac{\vartheta_{y+t}}{2}\right) - 0{,}375\, D_{65}\left(1 - \frac{\vartheta_{65}}{2}\right)}{D_{y+\frac{1}{2}}} \cdot R^F$$

2. Barwert der Hinterlassenenleistungen.

a) Witwenabfindungen.

Stirbt ein verheirateter Mann und hinterlässt eine noch nicht rentengenössige Witwe, so wird an diese eine einmalige Abfindung von Fr. 500 gezahlt. Wird mit $\vartheta_{x+\frac{1}{2}}$ die Wahrscheinlichkeit eines Mannes, verheiratet zu sein, bezeichnet, so lässt sich der Belastungsbarwert wie folgt bestimmen:

$$A_{x+\frac{1}{2}} = \frac{\sum\limits_{x+\frac{1}{2}}^{71+\frac{1}{2}} C_{x+\frac{1}{2}} \cdot \vartheta_{x+\frac{1}{2}} \cdot 500}{D_{x+\frac{1}{2}}}$$

b) Waisenrenten.

Nach den Bestimmungen des Gesetzes werden beim Ableben der prämienpflichtigen Versicherten an die minderjährigen Kinder bis längstens zum 18. Altersjahre Waisenrenten gezahlt. Die Waisenrente beträgt für

1 Kind	Fr. 300	jährlich	
2 Kinder	» 500	»	
3 »	» 700	»	
4 »	» 900	»	
5 und mehr Kinder . .	» 1000	»	im Maximum.

Die Berechnung des Barwertes der Waisenrenten wurde unter Verwendung der Basler Sterbetafel 1918—1924 wie folgt durchgeführt:

Für das Alter z der Kinder wurde als Sterbenswahrscheinlichkeit q_z, das Mittel zwischen q_x = Sterbenswahrscheinlichkeit männlicher Kinder und q_y = Sterbenswahrscheinlichkeit weiblicher Kinder, angenommen:

$$q_z = \frac{q_x + q_y}{2}$$

$$p_z = 1 - q_z$$

$$l_z = l_{z-1} \cdot p_{z-1}$$

$$D_z = l_z \cdot v^z$$

$$^{(4)}a^0_{z:18-z} = \frac{(N_z - N_{18}) - 0{,}375\ (D_z - D_{18})}{D_z}$$

Die mittlere durchschnittliche Kinderrente wurde auf Grund der Steuerstatistik für das Jahr 1926 festgestellt. Die Waisenrentensumme wurde unter Berücksichtigung der gesetzlichen Renten ermittelt; sie beträgt Fr. 8,514,000 und verteilt sich auf 34,344 Kinder. Die durchschnittliche mittlere Kinderrente beträgt somit Fr. 247. 90 oder rund Fr. 248 jährlich.

Wird mit $k^*_{x+\frac{1}{2}}$ die durchschnittliche Anzahl der minderjährigen Kinder, mit $z_x + {}^1/_2$ das durchschnittliche Alter der minderjährigen Kinder eines x-jährigen Mannes bezeichnet, so lässt sich die Belastung durch Waisenrenten wie folgt bestimmen:

$$\mathfrak{a}^k_{x+\frac{1}{2}, z_x+\frac{1}{2}} = \frac{\sum\limits_{x+\frac{1}{2}}^{\omega} C_{x+\frac{1}{2}} \cdot k^*_{x+\frac{1}{2}} \cdot \mathfrak{a}^0_{z_x+\frac{1}{2}:\overline{18-\left(z_x+\frac{1}{2}\right)}|} \cdot 248}{D_{x+\frac{1}{2}}}$$

3. Barwert der Beiträge.

Die Beiträge zur Deckung der Kassenleistungen werden von den Versicherten vierteljährlich erhoben und sind bis zum Ableben, längstens bis zum 65. Altersjahr zahlbar. Da die Personen im Durchschnitt beim Alter $x + \frac{1}{2}$ bzw. $y + \frac{1}{2}$ der Versicherung beitreten und die Prämien beim Beginn der Altersrente für volle Versicherungsjahre gezahlt werden müssen, läuft die Prämienzahlung im Durchschnitt bis zum Alter $65 + \frac{1}{2}$.

Die Beitragsrente für die männlichen Personen wird demgemäss nach der folgenden Formel berechnet:

$$\mathfrak{a}^*_{x+\frac{1}{2}:\overline{65+\frac{1}{2}-\left(x+\frac{1}{2}\right)}|} = \frac{N^*_{x+\frac{1}{2}} - N^*_{65+\frac{1}{2}}}{D_{x+\frac{1}{2}}}$$

Die analoge Formel für die weiblichen Personen lautet:

$$\mathfrak{a}^*_{y+\frac{1}{2}:\overline{65+\frac{1}{2}-\left(y+\frac{1}{2}\right)}|} = \frac{N^*_{y+\frac{1}{2}} - N^*_{65+\frac{1}{2}}}{D_{y+\frac{1}{2}}}$$

Nach den Gesetzesbestimmungen wird beim weiblichen Geschlecht die Prämie nur von den unverheirateten Personen erhoben. Es ist daher zur Bestimmung der Beitragsrente für die Frauen die Wahrscheinlichkeit, ledig zu sein, mitzuberücksichtigen. Wird mit $\vartheta_{y+\frac{1}{2}}$ die Wahrscheinlichkeit für eine Frau, verheiratet zu sein, bezeichnet, so sind in den einzelnen Altersklassen $l_{y+\frac{1}{2}+t}\left(1 - \vartheta_{y+\frac{1}{2}+t}\right)$ Frauen unverheiratet. Für diese Frauen wird die Prämie nach den Gesetzesbestimmungen erhoben, d. h. quartalsweise, zahlbar jeweilen zu Beginn des zweiten Monats eines Quartals. Die Formel für die Beitragsrente der Frauen lautet demnach:

$$\mathfrak{a}^{u*}_{y+\frac{1}{2}:\overline{65+\frac{1}{2}-\left(y+\frac{1}{2}\right)}|} = \frac{N^{u*}_{y+\frac{1}{2}} - N^{u*}_{65+\frac{1}{2}}}{D_{y+\frac{1}{2}}}$$

dabei bedeutet:

$$N^{u*}_{y+\frac{1}{2}} = D^{u*}_{y+\frac{1}{2}} = l_{y+\frac{1}{2}}\left(1 - \vartheta_{y+\frac{1}{2}}\right)\left(0.98242 - 0.44728 \cdot q_{y+\frac{1}{2}}\right) \cdot v^{y+\frac{1}{2}}$$

4. Die Prämien.

a) Die Einmalprämien.

Unter der Einmalprämie für die männlichen Personen wird verstanden die Summe der Barwerte für die Altersrente der Männer, für die Witwenabfindungen sowie für die Waisenrenten.

$$\Pi_{x+\frac{1}{2}} = R^M \cdot {}_{\overline{65}|}{}^{(4)}\mathfrak{a}^M_{x+\frac{1}{2}} + A_{x+\frac{1}{2}} + \mathfrak{a}^k_{x+\frac{1}{2},\, z_x+\frac{1}{2}}$$

Die Einmalprämie für die weiblichen Personen ist gleich dem Barwert der Frauenrente.

$$\Pi_{y+\frac{1}{2}} = R^F \cdot {}_{\overline{65}|}{}^{(4)}\mathfrak{a}^F_{y+\frac{1}{2}}$$

b) Die Jahresprämien.

Bei den Jahresprämien ist zwischen der individuellen Jahresprämie, der Netto-Jahresprämie sowie der gesetzlichen Jahresprämie zu unterscheiden.

Unter der individuellen Jahresprämie ist diejenige Prämie verstanden, welche die individuellen Leistungen deckt, und zwar:

1. für den Mann: die Altersrente des Mannes, die Witwenabfindung und die Waisenrente;
2. für die Frau: die Altersrente, ohne Berücksichtigung der Prämienfreiheit der Ehefrauen.

Formelmässig lassen sich daher die beiden individuellen Jahresprämien wie folgt darstellen:

$$P^1_{x+\frac{1}{2}} = \frac{R^M \cdot {}_{\overline{65}|}{}^{(4)}\mathfrak{a}^M_{x+\frac{1}{2}} + A_{x+\frac{1}{2}} + \mathfrak{a}^k_{x+\frac{1}{2},\, z_x+\frac{1}{2}}}{\overset{*}{\mathfrak{a}}_{x+\frac{1}{2}:\,\overline{65+\frac{1}{2}-\left(x+\frac{1}{2}\right)}|}}$$

$$P^1_{y+\frac{1}{2}} = \frac{R^F \cdot {}_{\overline{65}|}{}^{(4)}\mathfrak{a}^F_{y+\frac{1}{2}}}{\overset{*}{\mathfrak{a}}_{y+\frac{1}{2}:\,\overline{65+\frac{1}{2}-\left(y+\frac{1}{2}\right)}|}}$$

Die jährliche Nettoprämie ist die ausreichende Jahresprämie für die genannten Versicherungsleistungen unter Berücksichtigung des gesetzlichen Prämienverhältnisses, wonach die Prämie für die unverheirateten Frauen $^5/_6$ der Prämie der Männer beträgt, sowie des Verhältnisses der Anzahl der Frauen zu derjenigen der gleichaltrigen Männer (Geschlechterfaktor). Dieser Faktor wird mit $g_{x+\frac{1}{2}}$ bezeichnet. Im Sinne der Gesetzesbestimmungen sollen die Mittel zur Sicherstellung der gesetzlichen Leistungen für eine bestimmte Altersgruppe durch diese selbst aufgebracht werden; es ist demgemäss stets $y = x$ zu setzen. Formelmässig ergibt sich als jährliche Nettoprämie für den Mann:

$$P^2_{x+\frac{1}{2}} = \frac{R^M_{\overline{65}|}\,{}^{(4)}a^M_{x+\frac{1}{2}} + g_{x+\frac{1}{2}}\,R^F_{\overline{65}|}\,{}^{(4)}a^F_{y+\frac{1}{2}} + A_{x+\frac{1}{2}} + a^k_{x+\frac{1}{2},\,z_{x+\frac{1}{2}}}}{a^*_{x+\frac{1}{2}:\,\overline{65+\frac{1}{2}-\left(x+\frac{1}{2}\right)}|} + \frac{5}{6}\cdot g_{x+\frac{1}{2}}\,a^{u*}_{y+\frac{1}{2}:\,\overline{65+\frac{1}{2}-\left(y+\frac{1}{2}\right)}|}}$$

Die jährliche Nettoprämie für die unverheirateten Frauen kann ohne weiteres aus der Nettoprämie für den Mann berechnet werden; es ist

$$P^2_{y+\frac{1}{2}} = \frac{5}{6}\cdot P^2_{x+\frac{1}{2}}$$

Die gesetzliche Jahresprämie ist nicht besonders berechnet worden; sie ist im Gesetz verankert und besteht aus Nettoprämie plus Sicherheitszuschlag. Dieser Sicherheitszuschlag ist für die einzelnen Eintrittsalter verschieden, da die gesetzliche Prämie nach andern Gesichtspunkten berechnet und nach einem einheitlichen Schema abgestuft worden ist. Für die männlichen Personen beträgt die jährliche Prämie für das Beitrittsalter 20 Fr. 60; für jedes höhere Beitrittsalter ist die Jahresprämie um Fr. 1. 80 erhöht, so dass die Maximaljahresprämie für das Höchsteintrittsalter von 49 Jahren Fr. 112. 20 beträgt. Für die weiblichen unverheirateten Personen stellt sich die Jahresprämie beim Beitrittsalter 20 auf Fr. 50. 40 und erhöht sich abwechslungsweise für jedes höhere Beitrittsalter um Fr. 1. 20 bzw. Fr. 1. 80, so dass die Maximalprämie für das Beitrittsalter 49 Fr. 93. 60 beträgt.

Der Sicherheitszuschlag, das ist die Differenz zwischen der gesetzlichen Jahresprämie und der Nettoprämie, beträgt im Durchschnitt 5.51 %; er ist in den jungen Beitrittsaltern wesentlich höher, nimmt allmählich ab, um beim Alter 34 bzw. 35 ein Minimum zu erreichen. Der Zuschlag nimmt sodann wieder zu und erreicht beim Höchsteintrittsalter von 49 Jahren wiederum beinahe den Anfangssatz.

5. Die Bestimmung des Eintrittsdefizits.

Diejenigen Schweizerbürger, welche beim Inkrafttreten der Versicherung beitragspflichtig geworden sind, haben nicht die ihrem Beitrittsalter entsprechende Jahresprämie, sondern nur die Prämie des Beitrittsalters 20 zu entrichten. Das dadurch entstehende Eintrittsdefizit wird vom Staate übernommen. Das Eintrittsdefizit ist gleich dem Barwert des Unterschiedes zwischen der gesetzlichen Prämie des Beitrittsalters und der gesetzlichen Prämie des Alters 20, also, wenn mit $P^g_{x+\frac{1}{2}}$ bzw. $P^g_{y+\frac{1}{2}}$ die gesetzliche Prämie bezeichnet wird,

m für ännliche Personen: $\left(P^g_{x+\frac{1}{2}} - P^{gM}_{20+\frac{1}{2}}\right)\cdot a^*_{x+\frac{1}{2}:\,\overline{65+\frac{1}{2}-\left(x+\frac{1}{2}\right)}|}$

für weibliche Personen: $\left(P^g_{y+\frac{1}{2}} - P^{gF}_{20+\frac{1}{2}}\right)\cdot a^{*u}_{y+\frac{1}{2}:\,\overline{65+\frac{1}{2}-\left(y+\frac{1}{2}\right)}|}$

6. Die Berechnung der Deckungskapitalien.

Entsprechend dem durch das Gesetz bedingten Prämienaufbau, wie er im vorstehenden dargelegt ist, deckt jede Altersgruppe ihre Belastungen durch die gesetzlichen Versicherungsleistungen mit ihren Beiträgen. Die verheirateten Männer tragen also an die Deckung der Versicherungsleistungen für die verheirateten Frauen des gleichen Alters bei, unbekümmert um das tatsächliche Alter ihrer Ehefrauen. Es wurde angenommen, dass das Verhältnis der Anzahl der Ehefrauen zu derjenigen der Männer durch den Geschlechterfaktor bestimmt ist; es ist also stets

$$l'_{y+\frac{1}{2}+t} = l_{x+\frac{1}{2}+t} \cdot g_{x+\frac{1}{2}+t}$$

Bei der Berechnung der Deckungskapitalien wurde der Sicherheitszuschlag und damit die Sicherheitsreserve nicht mitberücksichtigt. Ferner ist mit P^1 die individuelle Prämie (ohne Prämienfreiheit für die Ehefrauen), mit P^2 die Nettoprämie (mit Prämienfreiheit für die Ehefrauen) im Sinne der oben dargelegten Formeln zu verstehen.

Das Deckungskapital im Alter $x + \frac{1}{2} + t$ wird demgemäss unter Anwendung der retrospektiven Berechnungsmethode wie folgt bestimmt:

$$l_{x+\frac{1}{2}+t} \cdot {}_tV_{x+\frac{1}{2}} + l'_{y+\frac{1}{2}+t} \cdot {}_tV_{y+\frac{1}{2}} = \sum_{n=1}^{t} l^*_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot P^2_{x+\frac{1}{2}} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{t} l^{u'*}_{y+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot P^2_{y+\frac{1}{2}} - \sum_{n=1}^{t} l_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+\frac{1}{2}} \cdot q_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot$$

$$\cdot \left(\vartheta_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot 500 + k^*_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot \mathrm{a}^k_{x+\frac{1}{2}, z_{x+\frac{1}{2}}}\right)$$

Die individuelle Prämie $P^1_{x+\frac{1}{2}}$ ist durchwegs kleiner als die Nettoprämie $P^2_{x+\frac{1}{2}}$; es ist also

$$P^2_{x+\frac{1}{2}} = P^1_{x+\frac{1}{2}} + \left(P^2_{x+\frac{1}{2}} - P^1_{x+\frac{1}{2}}\right)$$

Die Reserveformel kann daher auch geschrieben werden:

$$= \sum_{n=1}^{t} \left[l^*_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot P^1_{x+\frac{1}{2}} + l^*_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot \left(P^2_{x+\frac{1}{2}} - P^1_{x+\frac{1}{2}}\right)\right] +$$

$$+ \sum_{n=1}^{t} l^{u'*}_{y+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot P^2_{y+\frac{1}{2}} - \sum_{n=1}^{t} l_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+\frac{1}{2}} \cdot q_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot$$

$$\cdot \left(\vartheta_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot 500 + k^*_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot \mathrm{a}^k_{x+\frac{1}{2}, z_{x+\frac{1}{2}}}\right)$$

oder, da

$$\sum_{n=1}^{t} l^{*}_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot P^{1}_{x+\frac{1}{2}} - \sum_{n=1}^{t} l^{*}_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+\frac{1}{2}} \cdot q_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot$$

$$\cdot \left(\vartheta_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot 500 + k^{*}_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot \mathrm{a}^{k}_{x+\frac{1}{2},z_{x+\frac{1}{2}}}\right) = l_{x+\frac{1}{2}+t} \cdot {}_tV^{\text{ind.}}_{x+\frac{1}{2}}$$

$$= l_{x+\frac{1}{2}+t} \cdot {}_tV^{\text{ind.}}_{x+\frac{1}{2}} + l'_{y+\frac{1}{2}+t} \cdot {}_tV^{\text{ind.}}_{y+\frac{1}{2}} + \sum_{n=1}^{t} l^{*}_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot$$

$$\cdot \left(P^{2}_{x+\frac{1}{2}} - P^{1}_{x+\frac{1}{2}}\right) - l'_{y+\frac{1}{2}+t} \cdot {}_tV^{\text{ind.}}_{y+\frac{1}{2}} + \sum_{n=1}^{t} l^{u'*}_{y+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot P^{2}_{y+\frac{1}{2}}$$

Getrennt für Männer und Frauen ergeben sich die nachstehenden Formeln für die Deckungskapitalien:

Männer:

$${}_tV_{x+\frac{1}{2}} = {}_tV^{\text{ind.}}_{x+\frac{1}{2}} + \frac{1}{l_{x+\frac{1}{2}+t}} \cdot \sum_{n=1}^{t} l^{*}_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot \left(P^{2}_{x+\frac{1}{2}} - P^{1}_{x+\frac{1}{2}}\right) -$$

$$-\left[l'_{y+\frac{1}{2}+t} \cdot {}_tV^{\text{ind.}}_{y+\frac{1}{2}} - \sum_{n=1}^{t} l^{u'*}_{y+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot P^{2}_{y+\frac{1}{2}} \right]$$

Frauen: $\quad {}_tV_{y+\frac{1}{2}} = {}_tV^{\text{ind.}}_{y+\frac{1}{2}}$

Bei der Bestimmung des Deckungskapitals für die Männer soll das Abzugsglied in der eckigen Klammer nicht grösser sein als der Ausdruck

$$\sum_{n=1}^{t} l^{*}_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot \left(P^{2}_{x+\frac{1}{2}} - P^{1}_{x+\frac{1}{2}}\right),$$

damit das Nettodeckungskapital für die Männer nicht unter das individuelle Deckungskapital sinkt. In der Erfüllung dieser Forderung ergeben sich die nachstehenden Grenzfälle:

Es wird bezeichnet mit

$$a = {}_tV^{\text{ind.}}_{y+\frac{1}{2}} \cdot l'_{y+\frac{1}{2}+t}$$

$$b = \sum_{n=1}^{t} l^{u'*}_{y+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot P^2_{y+\frac{1}{2}}$$

$$c = \sum_{n=1}^{t} l^{*}_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot \left(P^2_{x+\frac{1}{2}} - P^1_{x+\frac{1}{2}}\right)$$

1. Wenn a kleiner oder gleich b ist, so wird das Deckungskapital berechnet für:

$$\text{Männer:} \quad {}_tV^{\text{ind.}}_{x+\frac{1}{2}} + \frac{\sum_{n=1}^{t} l^{*}_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot \left(P^2_{x+\frac{1}{2}} - P^1_{x+\frac{1}{2}}\right)}{l_{x+\frac{1}{2}+t}}$$

$$\text{Frauen:} \quad \frac{\sum_{n=1}^{t} l^{u'*}_{y+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot P^2_{y+\frac{1}{2}}}{l_{y+\frac{1}{2}+t}}$$

2. Wenn $(a-b)$ grösser oder gleich c ist, so wird das Deckungskapital berechnet für

$$\text{Männer:} \quad {}_tV^{\text{ind.}}_{x+\frac{1}{2}}$$

$$\text{Frauen:} \quad \frac{\sum_{n=1}^{t} l^{u'*}_{y+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot P^2_{y+\frac{1}{2}}}{l_{y+\frac{1}{2}+t}} + $$

$$+ \frac{\sum_{n=1}^{t} l^{*}_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot \left(P^2_{x+\frac{1}{2}} - P^1_{x+\frac{1}{2}}\right)}{l_{y+\frac{1}{2}+t}}$$

3. Wenn $(a-b)$ kleiner oder gleich c ist, so wird das Deckungskapital berechnet für

Männer: $${}_tV^{\text{ind.}}_{x+\frac{1}{2}} + \frac{\sum\limits_{n=1}^{t} l^{*}_{x+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot \left(P^2_{x+\frac{1}{2}} - P^1_{x+\frac{1}{2}}\right)}{l_{x+\frac{1}{2}+t}} -$$

$$- \frac{l'_{y+\frac{1}{2}+t} \cdot {}_tV^{\text{ind.}}_{y+\frac{1}{2}} - \sum\limits_{n=1}^{t} l^{u'*}_{y+\frac{1}{2}+n-1} \cdot r^{t-n+1} \cdot P^2_{y+\frac{1}{2}}}{l_{x+\frac{1}{2}+t}}$$

Frauen: $${}_tV^{\text{ind.}}_{y+\frac{1}{2}}$$

Bemerkt sei noch, dass das individuelle Deckungskapital am einfachsten nach der prospektiven Methode berechnet wird, und zwar unter Zugrundelegung der individuellen Jahresprämie.

Männer: $${}_tV^{\text{ind.}}_{x+\frac{1}{2}} = \Pi_{x+\frac{1}{2}+t} - P^1_{x+\frac{1}{2}} \cdot \overset{*}{a}_{x+\frac{1}{2}+t:\overline{65+\frac{1}{2}-\left(x+\frac{1}{2}+t\right)}|}$$

Frauen: $${}_tV^{\text{ind.}}_{y+\frac{1}{2}} = \Pi_{y+\frac{1}{2}+t} - P^1_{y+\frac{1}{2}} \cdot \overset{*}{a}_{y+\frac{1}{2}+t:\overline{65+\frac{1}{2}-\left(y+\frac{1}{2}+t\right)}|}$$

Die Veröffentlichung des gesamten Tabellenmaterials hätte den Rahmen der vorliegenden Arbeit wesentlich überschritten; es konnten daher nur einige der wichtigsten Zahlenwerte in den nachstehenden Tabellen aufgenommen werden. Weiteres Zahlenmaterial, vor allem die Werte der Deckungskapitalien, findet sich in den der Vollziehungsverordnung zum Gesetz betr. Staatliche Alters- und Hinterlassenen-Versicherung vom 6. Dezember 1932 beigehefteten Tabellen.

4 % Männer

x	l_x	D_x	$C_{x+\frac{1}{2}}$	$D^*_{x+\frac{1}{2}}$	$a^{*(4)}_{x+\frac{1}{2}:\overline{65+\frac{1}{2}-\left(x+\frac{1}{2}\right)}\mid}$	x
20	88 068	40 193	227	38 517	18.789	20
21	87 561	38 424	215	36 824	18.628	21
22	87 062	36 737	202	35 209	18.457	22
23	86 574	35 126	192	33 666	18.280	23
24	86 092	33 586	182	32 192	18.092	24
25	85 616	32 116	175	30 782	17.896	25
26	85 140	30 709	170	29 430	17.691	26
27	84 659	29 361	170	28 130	17.481	27
28	84 159	28 065	170	26 882	17.266	28
29	83 638	26 819	170	25 683	17.045	29
30	83 098	25 621	164	24 534	16.817	30
31	82 557	24 475	157	23 437	16.579	31
32	82 018	23 380	149	22 388	16.331	32
33	81 484	22 334	148	21 381	16.072	33
34	80 934	21 330	148	20 414	15.805	34
35	80 363	20 366	148	19 486	15.531	35
36	79 768	19 437	140	18 600	15.246	36
37	79 183	18 553	125	17 761	14.944	37
38	78 638	17 716	113	16 968	14.622	38
39	78 127	16 924	98	16 214	14.276	39
40	77 665	16 177	98	15 492	13.912	40
41	77 183	15 458	108	14 790	13.540	41
42	76 633	14 758	119	14 106	13.164	42
43	76 005	14 074	125	13 442	12.784	43
44	75 315	13 410	128	12 801	12.393	44
45	74 583	12 769	127	12 184	11.993	45
46	73 825	12 152	128	11 588	11.576	46
47	73 030	11 559	131	11 014	11.148	47
48	72 184	10 986	136	10 457	10.706	48
49	71 271	10 430	140	9 918	10.254	49
50	70 295	9 891	143	9 396	9.788	50
51	69 259	9 371	144	8 892	9.306	51
52	68 172	8 869	149	8 404	8.808	52
53	67 008	8 382	156	7 928	8.298	53
54	65 740	7 907	167	7 460	7.774	54
55	64 322	7 439	177	7 001	7.238	55
56	62 760	6 980	182	6 554	6.688	56
57	61 089	6 532	182	6 126	6.115	57
58	59 357	6 103	173	5 720	5.510	58
59	57 638	5 698	167	5 334	4.865	59
60	55 915	5 315	163	4 968	4.179	60
61	54 165	4 951	162	4 618	3.451	61
62	52 358	4 602	164	4 279	2.677	62
63	50 450	4 264	167	3 951	1.850	63
64	48 431	3 936	166	3 636	0.962	64
65	46 347	3 621	169			65

$(N_{65} - 0.375\ D_{65}) = 29\,557$

4 % Männer

x	$\vartheta_{x+\frac{1}{2}}$	$k^*_{x+\frac{1}{2}}$	$D^w_{x+\frac{1}{2}}$	$N^w_{x+\frac{1}{2}}$	$D^k_{x+\frac{1}{2}}$	$N^k_{x+\frac{1}{2}}$	x
20	0.0059	0.0089	1.348	5 269.059	24.409	34 117.189	20
21	0.0195	0.0260	4.188	5 267.711	67.483	34 092.780	21
22	0.0438	0.0597	8.850	5 263.523	145.704	34 025.297	22
23	0.0905	0.0913	17.362	5 254.673	208.982	33 879.593	23
24	0.1588	0.1775	28.929	5 237.312	385.796	33 670.611	24
25	0.2265	0.2359	39.665	5 208.382	493.003	33 284.815	25
26	0.3016	0.3082	51.318	5 168.718	625.855	32 791.812	26
27	0.3902	0.3855	66.362	5 117.400	782.440	32 165.957	27
28	0.4720	0.4724	80.421	5 051.038	923.210	31 383.517	28
29	0.5468	0.5262	92.869	4 970.617	1 024.892	30 460.307	29
30	0.6049	0.6236	98.951	4 877.748	1 170.029	29 435.415	30
31	0.6528	0.7125	102.302	4 778.797	1 221.872	28 265.386	31
32	0.6936	0.7987	103.554	4 676.495	1 304.760	27 043.514	32
33	0.7307	0.9103	108.030	4 572.942	1 398.109	25 738.754	33
34	0.7587	1.0109	111.981	4 464.911	1 463.868	24 340.645	34
35	0.7760	1.1128	114.751	4 352.930	1 514.628	22 876.777	35
36	0.7980	1.2225	111.568	4 238.179	1 573.048	21 362.149	36
37	0.8121	1.3255	101.708	4 126.611	1 422.431	19 789.101	37
38	0.8216	1.3716	92.757	4 024.902	1 223.785	18 366.670	38
39	0.8381	1.4273	82.265	3 932.145	1 107.080	17 142.885	39
40	0.8463	1.4447	83.332	3 849.880	1 026.453	16 035.805	40
41	0.8473	1.4640	91.543	3 766.548	1 141.237	15 009.352	41
42	0.8553	1.4605	101.453	3 675.004	1 124.675	13 868.115	42
43	0.8610	1.4723	107.889	3 573.551	1 197.744	12 743.440	43
44	0.8627	1.4829	110.268	3 465.662	1 086.012	11 545.696	44
45	0.8626	1.4362	109.785	3 355.394	1 047.251	10 459.684	45
46	0.8650	1.3608	111.025	3 245.609	1 000.730	9 412.433	46
47	0.8643	1.2718	113.516	3 134.584	956.995	8 411.703	47
48	0.8504	1.2661	115.893	3 021.067	852.739	7 454.708	48
49	0.8509	1.1338	119.189	2 905.174	784.879	6 601.969	49
50	0.8485	1.0817	121.310	2 785.985	764.273	5 817.090	50
51	0.8438	0.9904	121.714	2 664.675	706.016	5 052.817	51
52	0.8491	0.8932	126.118	2 542.961	655.622	4 346.801	52
53	0.8452	0.7993	131.492	2 416.843	614.527	3 691.179	53
54	0.8398	0.6980	140.476	2 285.352	577.039	3 076.652	54
55	0.8247	0.6112	146.128	2 144.876	446.415	2 499.613	55
56	0.8163	0.5501	148.779	1 998.748	413.267	2 053.198	56
57	0.8192	0.4890	148.804	1 849.969	366.114	1 639.931	57
58	0.8193	0.4188	142.017	1 701.164	299.242	1 273.817	58
59	0.8128	0.3510	135.785	1 559.147	191.660	974.575	59
60	0.7900	0.2772	128.894	1 423.362	147.822	782.915	60
61	0.7818	0.2177	126.658	1 294.468	115.270	635.093	61
62	0.7801	0.1714	128.300	1 167.810	92.139	519.823	62
63	0.7729	0.1472	129.337	1 039.510	80.508	427.684	63
64	0.7707	0.1387	128.011	910.174	75.298	347.176	64
65	0.7607	0.1227	128.307	782.163	67.641	271.878	65

4 % Frauen

y	l_y	D_y	$1-\vartheta_{y+\frac{1}{2}}$	${}^{u}D^{*}_{y+\frac{1}{2}}$	$\mathrm{a}^{*(4)}_{y+\frac{1}{2}:65+\frac{1}{2}-(y+\frac{1}{2})\rceil}$	y
20	90 294	41 209	0.937	37 045	9.966	20
21	89 885	39 445	0.892	33 756	9.433	21
22	89 477	37 755	0.833	30 176	8.923	22
23	89 075	36 140	0.775	26 877	8.450	23
24	88 690	34 600	0.710	23 574	8.017	24
25	88 313	33 128	0.652	20 725	7.632	25
26	87 931	31 716	0.590	17 952	7.292	26
27	87 534	30 358	0.535	15 580	7.003	27
28	87 124	29 054	0.483	13 461	6.758	28
29	86 712	27 804	0.441	11 762	6.557	29
30	86 306	26 610	0.407	10 390	6.390	30
31	85 910	25 469	0.378	9 236	6.251	31
32	85 520	24 378	0.354	8 280	6.135	32
33	85 139	23 336	0.332	7 434	6.039	33
34	84 767	22 341	0.316	6 774	5.961	34
35	84 401	21 389	0.304	6 237	5.898	35
36	84 017	20 472	0.298	5 850	5.847	36
37	83 599	19 587	0.293	5 500	5.803	37
38	83 129	18 728	0.290	5 203	5.765	38
39	82 629	17 899	0.288	4 939	5.728	39
40	82 126	17 106	0.289	4 738	5.690	40
41	81 652	16 353	0.291	4 562	5.648	41
42	81 209	15 639	0.294	4 408	5.602	42
43	80 785	14 959	0.298	4 272	5.550	43
44	80 344	14 305	0.303	4 152	5.496	44
45	79 860	13 672	0.310	4 057	5.437	45
46	79 314	13 056	0.316	3 946	5.373	46
47	78 714	12 459	0.325	3 871	5.303	47
48	78 066	11 881	0.337	3 825	5.223	48
49	77 374	11 323	0.351	3 793	5.132	49
50	76 612	10 780	0.368	3 781	5.028	50
51	75 763	10 251	0.386	3 766	4.907	51
52	74 812	9 733	0.405	3 748	4.767	52
53	73 786	9 230	0.423	3 710	4.602	53
54	72 717	8 747	0.442	3 673	4.412	54
55	71 643	8 286	0.460	3 620	4.192	55
56	70 561	7 847	0.480	3 574	3.944	56
57	69 446	7 426	0.500	3 518	3.665	57
58	68 252	7 017	0.519	3 444	3.356	58
59	66 944	6 618	0.539	3 367	3.014	59
60	65 516	6 228	0.559	3 280	2.635	60
61	63 989	5 849	0.579	3 187	2.213	61
62	62 411	5 485	0.600	3 094	1.744	62
63	60 810	5 139	0.622	3 001	1.223	63
64	59 179	4 809	0.644	2 899	0.644	64
65	57 451	4 489	0.667			65

$$\sum_{y=65}^{\omega} D_y\left(1-\frac{\vartheta_y}{2}\right)-0{,}375\,D_{65}\left(1-\frac{\vartheta_{65}}{2}\right)=35\,723.8$$

x/y	$g_{x+\frac{1}{2}}$	Barwert der Altersrente 1		Barwert d. anwartschaftlichen		x/y
		Mann	Frau	Witwen-sterbegeldes 500	gesamten Waisenrenten	
20	130	0.752	0.886	67.022	215.249	20
21	129	0.786	0.925	70.087	224.988	21
22	128	0.823	0.967	73.242	234.837	22
23	126	0.860	1.010	76.474	244.561	23
24	125	0.900	1.055	79.712	254.183	24
25	123	0.941	1.102	82.904	262.786	25
26	122	0.984	1.151	86.044	270.759	26
27	122	1.029	1.203	89.121	277.821	27
28	121	1.077	1.257	92.030	283.617	28
29	121	1.127	1.313	94.787	288.108	29
30	122	1.180	1.372	97.367	291.437	30
31	123	1.235	1.433	99.858	292.254	31
32	124	1.293	1.497	102.298	293.422	32
33	125	1.354	1.564	104.730	292.377	33
34	126	1.418	1.634	107.082	289.546	34
35	126	1.485	1.707	109.359	285.068	35
36	126	1.556	1.784	111.559	278.903	36
37	126	1.630	1.865	113.781	270.635	37
38	126	1.706	1.951	116.193	262.988	38
39	125	1.786	2.041	118.796	256.885	39
40	124	1.869	2 135	121 693	251 414	40
41	123	1 956	2.233	124.654	246.380	41
42	122	2.050	2.335	127.462	238.574	42
43	122	2.151	2.441	130.024	229.980	43
44	122	2.258	2.554	132.378	218.741	44
45	123	2.372	2.673	134.647	208.187	45
46	124	2.493	2.800	136.875	196.885	46
47	125	2.622	2.935	139.042	185.069	47
48	126	2.760	3.079	141.066	172.653	48
49	125	2.909	3.232	142.971	161.150	49
50	124	3.069	3.397	144.636	149.791	50
51	122	3.241	3.575	146.089	137.401	51
52	120	3.426	3.768	147.401	124.972	52
53	118	3.629	3.974	148.342	112.404	53
54	117	3.852	4.195	148.922	99.441	54
55	116	4.099	4.429	148.743	85.978	55
56	118	4.375	4.678	147.924	75.369	56
57	120	4.678	4.947	146.405	64.372	57
58	122	5.010	5.240	144.167	53.544	58
59	125	5.368	5.562	141.586	43.896	59
60	128	5.758	5.916	138.648	37.826	60
61	132	6.189	6.304	135.518	32.978	61
62	136	6.668	6.725	131.718	29.081	62
63	141	7.209	7.182	126.769	25.870	63
64	146	7.823	7.684	120.457	22.790	64

Jährliche Prämien

x	Männer			Frauen			x
	$P^1_{x+\frac{1}{2}}$	$P^2_{x+\frac{1}{2}}$	$P^g_{x+\frac{1}{2}}$	$P^1_{x+\frac{1}{2}}$	$P^2_{x+\frac{1}{2}}$	$P^g_{x+\frac{1}{2}}$	
20	43.84	51.25	60.—	27.46	42.70	50.40	20
21	45.48	53.80	61.80	28.18	44.85	51.60	21
22	47.18	56.30	63.60	28.95	46.90	53.40	22
23	48.91	58.95	65.40	29.72	49.10	54.60	23
24	50.68	61.65	67.20	30.50	51.35	56.40	24
25	52.44	64.25	69.—	31.30	53.55	57.60	25
26	54.21	66.65	70.80	32.11	55.55	59.40	26
27	55.96	69.25	72.60	32.94	57.70	60.60	27
28	57.69	71.65	74.40	33.77	59.70	62.40	28
29	59.37	73.95	76.20	34.60	61.60	63.60	29
30	61.01	76.25	78.—	35.46	63.55	65.40	30
31	62.54	78.55	79.80	36.31	65.45	66.60	31
32	64.14	80.65	81.60	37.18	67.20	68.40	32
33	65.65	82.60	83.40	38.07	68.85	69.60	33
34	67.07	84.45	85.20	38.96	70.35	71.40	34
35	68.43	86.05	87.—	39.85	71.70	72.60	35
36	69.70	87.55	88.80	40.75	72.95	74.40	36
37	70.88	88.90	90.60	41.63	74.10	75.60	37
38	72.15	90.25	92.40	42.52	75.20	77.40	38
39	73.60	91.65	94.20	43.39	76.35	78.60	39
40	75.17	93.05	96.—	44.24	77.55	80.40	40
41	76.82	94.45	97.80	45.08	78.70	81.60	41
42	78.27	95.30	99.60	45.90	79.40	83.40	42
43	79.65	96.35	101.40	46.67	80.30	84.60	43
44	80.80	97.20	103.20	47.42	81.—	86.40	44
45	81.99	98.25	105.—	48.10	81.85	87.60	45
46	83.10	98.85	106.80	48.71	82.35	89.40	46
47	84.12	99.20	108.60	49.22	82.65	90.60	47
48	84.99	99.35	110.40	49.61	82.80	92.40	48
49	85.83	99.20	112.20	49.83	82.65	93.60	49

P^1 = individuelle Prämie
P^2 = Nettoprämie
P^g = gesetzliche Prämie