Mittlere Lebenserwartung und Rentenbarwert

Von W. Friedli, Bern.

Die Aufgabe, den Kapitalwert einer Leibrente zu berechnen, stellt sich nicht bloss dem Mathematiker, sondern häufig auch dem Laien. Juristen begegnen dieser Aufgabe in ihrer Praxis als Anwälte oder Richter bei der Bewertung von Kinderrenten, die durch eine Kapitalabfindung abgelöst werden sollen, bei der Beurteilung der Haftpflichtansprüche bei Unfällen, bei der Abschätzung des Wertes von Nutzniessungsrechten bei Erbschaften usw. Die Lösung der Aufgabe wird ihnen erleichtert durch besondere Barwerttafeln, unter denen die Piccardschen Tabellen [1]) sich zurzeit grosser Beliebtheit erfreuen.

Leider wird trotz solcher Hilfsmittel die Rechnung oft unrichtig angepackt. Es ist ein häufig verbreiteter Irrtum, der Barwert einer Leibrente richte sich nach der mittleren Lebenserwartung der rentenberechtigten Person. Die Leibrente wird aufgefasst als eine Zeitrente, die während einer bestimmten Anzahl von Jahren (eben während jener Lebenserwartung) fest ausgerichtet wird. Diese Meinung wird nicht zuletzt auch deshalb ausgelöst, weil die Barwerttafeln meist nicht bloss die Rentenbarwerte, sondern auch die Werte der mittleren Lebenserwartung enthalten (vgl. z. B. Piccard, Tafel 1).

Diese Rechnungsmethode ist nicht zulässig. Sie führt zu einem unrichtigen Resultat [2]). Besonders fehlerhaft wirkt sich die Methode aus, wenn Leibrenten auf mehrere Leben oder sogar Anwartschaften auf Invalidenrenten kapitalisiert werden sollen.

Interessant ist nun aber die Tatsache, dass trotzdem gewisse Zusammenhänge zwischen Rentenbarwert und mittlerer Lebenserwartung bestehen. Zunächst kann die mittlere Lebenserwartung selbst als Rentenbarwert aufgefasst werden, nämlich als Barwert der Rente 1 beim Zinsfuss 0 %.

Ferner treten Leibrentenbarwert und mittlere Lebenserwartung als gleichberechtigte Rechnungsgrössen auf, wenn es sich darum handelt, nicht für eine Einzelperson, sondern für einen ganzen Rentenbestand das Deckungskapital zu berechnen, dann nämlich, wenn sich diese Rentnergesamtheit im natürlichen Beharrungszustand befindet.

Der Zweck dieses Aufsatzes besteht darin, diese einfachen Beziehungen im Zusammenhang vor Augen zu führen. Um eine möglichst einfache Darstellung zu erzielen, bedienen wir uns der kontinuierlichen Methode.

---

[1]) Dr. P. Piccard, Lebenserwartungs-, Barwert- und Rententafeln usw. 2. Auflage. Verlag Hans Huber, Bern 1928.

[2]) Vgl. den Nachweis etwa bei C. L. Landré, Mathematisch-technische Kapitel zur Lebensversicherung, 4. Auflage. Jena, Gustav Fischer 1911, pag. 504.

1. Unter einer Personengesamtheit im natürlichen Beharrungszustand wollen wir mit Saxer [1]) einen Bestand verstehen, bei dem sich die Besetzungszahlen der Jahrgänge dauernd wie die Zahlen der Absterbeordnung verhalten. Bezeichnen l_x und L_x die Anzahl der Lebenden (x) nach der Absterbeordnung bzw. für die betrachtete Personengesamtheit, so gilt beim natürlichen Beharrungszustand die Strukturformel

$$L_x = c\, l_x \tag{1}$$

Bezeichnen nämlich a, b und c drei beliebige Alter, so gilt nach Definition

$$L_b : L_a = l_b : l_a$$

also

$$L_b = \frac{L_a}{l_a}\, l_b$$

analog

$$L_c = \frac{L_b}{l_b}\, l_c = \frac{L_a}{l_a}\, l_c$$

allgemein für ein beliebiges Alter x

$$L_x = \frac{L_a}{l_a}\, l_x$$

Bezeichnen wir also den Quotienten

$$\frac{L_a}{l_a}$$

mit c, so folgt sofort (1).

Man kann (1) auch kurz so interpretieren: Die Besetzungszahlen der verschiedenen Jahrgänge ergeben sich bei einer Gesamtheit im natürlichen Beharrungszustand, indem man die entsprechenden Anzahlen der Absterbeordnung mit einer konstanten Zahl multipliziert.

Insbesondere liefert auch der Spezialfall $c = 1$ die Struktur einer Gesamtheit im natürlichen Beharrungszustand. Der Einfachheit halber werden wir im folgenden von dieser Annahme ausgehen, also als Besetzungszahl zum Alter x wählen

$$L_x = l_x \tag{2}$$

Von natürlichem Beharrungszustand sprechen wir auch dann, wenn es sich um eine Ausscheidung handelt, bei der zur Sterblichkeit der Mitglieder noch andere Abgangsursachen hinzutreten. Beispielsweise ist ein Bestand von Aktiven dann im natürlichen Beharrungszustand, wenn die Anzahl der Aktiven eines beliebigen Jahrgangs sich aus der Anzahl der Aktiven in der Aktivitäts-

[1]) Prof. W. Saxer, Zur Frage des Beharrungszustandes. Mitteilungen schweiz. Versicherungsmathematiker. 27. Heft, 1932, pag. 236.

ordnung durch Multiplikation mit einer konstanten Zahl c (speziell $c = 1$) ergibt.

2. Bezeichnen wir mit H die Anzahl Elemente der Gesamtheit, nachstehend kurz Umfang der Gesamtheit genannt, so stellt sich diese als Integral dar, nämlich, wenn x den jüngsten Jahrgang bezeichnet:

$$H = \int_0^\infty l_{x+t}\, dt$$

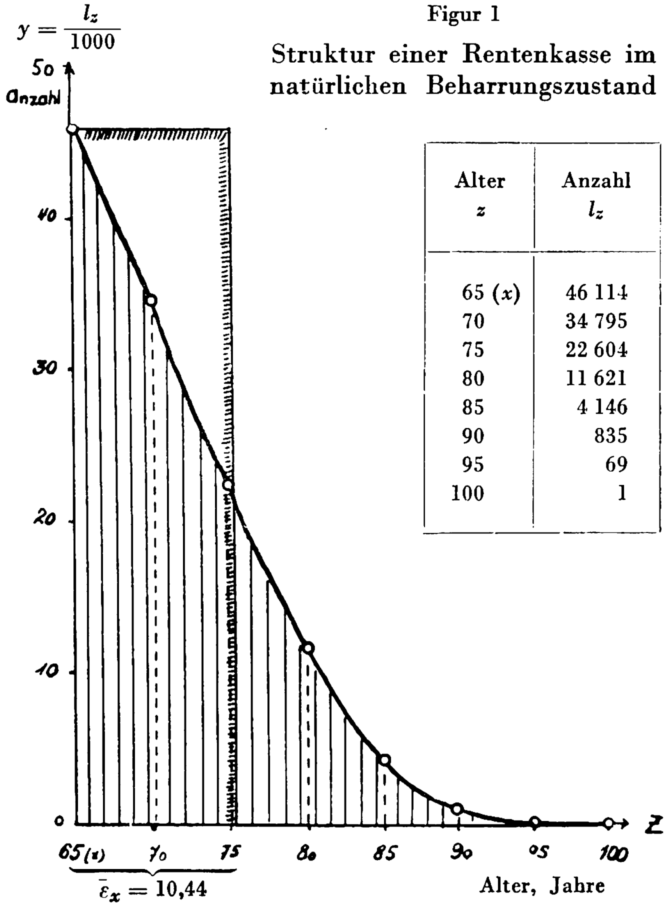
oder

$$H = \int_x^\infty l_z\, dz \tag{3}$$

Bedeuten z und $y = l_z$ die Abszisse und Ordinate eines Punktes in einem rechtwinkligen Koordinatensystem, so stellt die Punktfolge z, y eine Kurve, nämlich die Strukturkurve oder Besetzungskurve der Gesamtheit dar und das Integral (3) die von der Kurve, der Anfangszahl l_x und der Abszissenachse begrenzte Fläche.

Figur 1

Struktur einer Rentenkasse im natürlichen Beharrungszustand



Alter z	Anzahl l_z
65 (x)	46 114
70	34 795
75	22 604
80	11 621
85	4 146
90	835
95	69
100	1

3. Man kann diese Fläche auch anders auffassen. Die Personen des Alters z durchleben im unmittelbar nachfolgenden Zeitelement dz zusammen die Zeit

$$l_z\, dz$$

Geht man vom Anfangsalter x aus und berechnet durch Aneinanderreihen der einzelnen Zeitelemente die ganze Zeit, die insgesamt bis zum Aussterben des Bestandes durchlebt wird, so ist diese gegeben durch das Integral (3), also die vorhin genannte Kurvenfläche.

Die l_x Personen (x) sterben nicht zu gleicher Zeit; den einen ist eine kurze Lebensspanne vergönnt, den andern eine mittlere, vereinzelten eine sehr lange. Die Gesamtzeit, die ihnen zugemessen ist, wird durch das Integral und die durchschnittlich einer Person zugemessene Zeit durch den Quotienten

$$\frac{\int_x^\infty l_z\, dz}{l_x}$$

dargestellt.

Dies ist aber gerade der Mittelwert, der unter dem Namen mittlere Lebenserwartung in die Bevölkerungsstatistik Eingang gefunden hat. Wir wollen sie mit ε bezeichnen und zum Zeichen, dass es sich um eine kontinuierliche Rechnung handelt, einen Strich darüber setzen. Die mittlere Lebenserwartung einer x-jährigen Person ergibt sich somit mathematisch aus dem Ansatz:

$$\bar{\varepsilon}_x = \frac{1}{l_x} \int_x^\infty l_z\, dz \tag{4}$$

Man verwendet dafür auch das Zeichen $\overset{\circ}{e}_x$ und spricht von vollständiger Lebenserwartung.

4. Aus dem bisherigen folgt, dass man die mittlere Lebenserwartung eines x-jährigen auch auffassen kann als mittlere Verbleibsdauer eines Elementes einer Personengesamtheit im natürlichen Beharrungszustand.

Die jüngsten Elemente sind nach Voraussetzung x Jahre alt und in der Anzahl l_x vorhanden. Ihre mittlere Verbleibsdauer ergibt sich gemäss (3) und (4) aus

$$\bar{\varepsilon}_x = \frac{H}{l_x} \tag{5}$$

Umgekehrt gilt

$$H = l_x\, \bar{\varepsilon}_x \tag{6}$$

in Worten:

Der Umfang der Gesamtheit im natürlichen Beharrungszustand ergibt sich als Produkt aus Anfangszahl und mittlerer Verbleibsdauer.

Geometrisch bedeutet dies, dass man die Integralfläche ersetzen kann durch ein flächengleiches Rechteck, das die Länge l_x und die Breite $\bar{\varepsilon}_x$ hat (siehe Figur 1).

5. Die Gesamtheit kann ihren Umfang H nur dann beibehalten, wenn der Abgang durch Sterbefälle dauernd durch neue Elemente wettgemacht wird.

Die Gesamtheit kann nur dann im natürlichen Beharrungszustand bleiben, wenn alle Ausscheidenden sofort durch Elemente des gleichen Alters ersetzt werden.

Beim jüngsten Jahrgang geschieht dies durch Einströmen neuer Elemente, bei allen übrigen Jahrgängen durch Nachrücken der jüngeren Elemente im Alter.

Beispielsweise scheiden von den l_z Elementen des Alters z im Intervall von t Zeiteinheiten, wo $t \lesseqgtr 1$ sein kann,

$$\int_0^t l_{z+\tau}\, \mu_{z+\tau}\, d\tau$$

Elemente durch Tod aus. Dabei bedeutet μ die Sterbensintensität. Es erreichen also

$$l_z - \int_0^t l_{z+\tau}\, \mu_{z+\tau}\, d\tau$$

Elemente das Alter $z + t$. Diese Differenz muss gerade soviel Elemente ergeben, als die Absterbeordnung beim Alter $z + t$ angibt, also

$$l_{z+t}$$

Man überzeugt sich leicht, dass dies der Fall ist. —

Uns interessiert die Zahl der im Alter x zuströmenden neuen Elemente, die sogenannte Erneuerungszahl. Bezeichnen wir sie mit α, so gilt in unserm Fall

$$\alpha = \int_x^\infty l_z\, \mu_z\, dz$$

Das Integral ergibt nämlich die Gesamtzahl aller in einem beliebigen Zeitelement durch Tod aus der Gesamtheit ausscheidenden Elemente. Soll die Gesamtheit in ihrem Umfang verharren, so muss durch die Eintritte der Abgang wettgemacht werden; die Erneuerungszahl muss also gerade so gross sein, wie die Abgangszahl.

Nun ist

$$l_z\, \mu_z = -\frac{dl_z}{dz}$$

also

$$\alpha = -\int_x^\infty dl_z = l_x \tag{7}$$

d. h. die Erneuerungszahl ist identisch mit der Besetzungszahl des jüngsten Jahrgangs. Mit Hilfe von (5) können wir diese selbstverständliche Beziehung auch wie folgt ausdrücken:

$$\alpha = \frac{H}{\bar{\varepsilon}_x} \tag{8}$$

6. Wir haben bis jetzt eine Gesamtheit betrachtet, der in einem bestimmten Alter x dauernd Elemente zuströmen und deren Bestand sich nur durch Sterbefälle lichtet. Es liegt nahe, sie als Rentnergesamtheit zu bezeichnen und anzunehmen, jedes in die Gesamtheit eingetretene Element sei lebenslänglich für eine feste Rente, z. B. der Einfachheit halber den Jahresbetrag 1, versichert. Ferner setzen wir voraus, die Zumessung der Rente erfolge kontinuierlich, also in Raten und zwar theoretisch in unendlich vielen, unendlich kleinen Raten (praktisch jedoch z. B. in 12 Monatsraten oder 52 Wochenraten o. ä.).

Von jedem Mitglied wird man beim Eintritt als gerechte Einlage den Betrag verlangen, der unter Zurechnung der Zinsen und Zinseszinsen im Durchschnitt hinreicht, daraus die Rente lebenslänglich zu bestreiten. Diesen Betrag nennt man den Rentenbarwert und bezeichnet ihn mit $\bar{a}_x$.

Nun bietet uns die Struktur der natürlichen Gesamtheit gerade das rechnerische Gerüst, um die Rentenrechnung durchzuführen. Je l_x neue Mitglieder gehören nach t Jahren als $x + t$-jährige noch der Gesamtheit an und zwar ist ihre Anzahl l_{x+t}, also die Ausgabe an Rentenraten im Zeitelement dt im ganzen:

$$l_{x+t}\, dt$$

ihr Barwert, auf den Moment des Eintrittes bezogen

$$l_{x+t}\, dt\, v^t$$

wo v den Abzinsungsfaktor bedeutet. Der Gesamtwert aller Rentenraten an einen Jahrgang von l_x neuen Mitgliedern ist gegeben durch das Integral

$$\int_0^\infty v^t\, l_{x+t}\, dt$$

und der Durchschnitt auf 1 Element stellt gerade den gesuchten Rentenbarwert dar, also

$$\bar{a}_x = \frac{1}{l_x} \int_0^\infty v^t\, l_{x+t}\, dt \tag{9}$$

Man kann aber rechts auch Zähler und Nenner mit v^x multiplizieren und abkürzend $x + t = z$ setzen; man gewinnt so den Ausdruck

$$\bar{a}_x = \frac{1}{v^x\, l_x} \int_x^\infty v^z\, l_z\, dz \tag{10}$$

7. Der Abzinsungsfaktor v wird definiert als der Betrag, der innerhalb eines Jahres mit seinen Zinsen auf die Einheit anwächst. Bedeutet also i den Zinsfuss (z. B. $i = 0{,}04$ für Zinsfuss 4 %), so gilt

$$v + v\,i = 1$$

somit
$$v = \frac{1}{1+i} \tag{11}$$

Es gilt $0 < v \leqq 1$; der Abzinsungsfaktor ist ein echter Bruch. Je geringer der Zinsfuss, desto höher der Abzinsungsfaktor. Ist der Zinsfuss 0, so wird der Abzinsungsfaktor zur Einheit,

also
$$(v)_{i=0} = 1 \tag{12}$$

Aus (10) ergibt sich, dass in diesem Fall wird:

$$(\bar{a}_x)_{i=0} = \frac{1}{l_x} \int_x^\infty l_z\, dz$$

und dies ist nichts anderes als die Grösse $\bar{\varepsilon}_x$. Wir finden also

$$\bar{\varepsilon}_x = (\bar{a}_x)_{i=0}$$

Die mittlere Lebenserwartung im Alter x ist identisch mit dem Barwert der Leibrente in diesem Alter, wenn der Zinsfuss 0 gesetzt wird.

Im Hinblick auf eine spätere Formulierung sei noch der sogenannte logarithmische Zinsfuss δ eingeführt. Bedeutet v den Abzinsungsfaktor, so stellt $r = 1 + i$ den Aufzinsungsfaktor dar. Also gilt

$$v = \frac{1}{r}$$

Den natürlichen Logarithmus von r bezeichnet man als logarithmischen Diskont:

$$\delta = \log\,(1 + i) \tag{13}$$

somit
$$e^\delta = 1 + i = r$$

und
$$v = e^{-\delta}$$

Der logarithmische Zinsfuss erreicht mit dem gewöhnlichen Zinsfuss den Wert 0; also können wir die Grenzbeziehung auch so ausdrücken:

$$\bar{\varepsilon}_x = (\bar{a}_x)_{\delta=0} \tag{14}$$

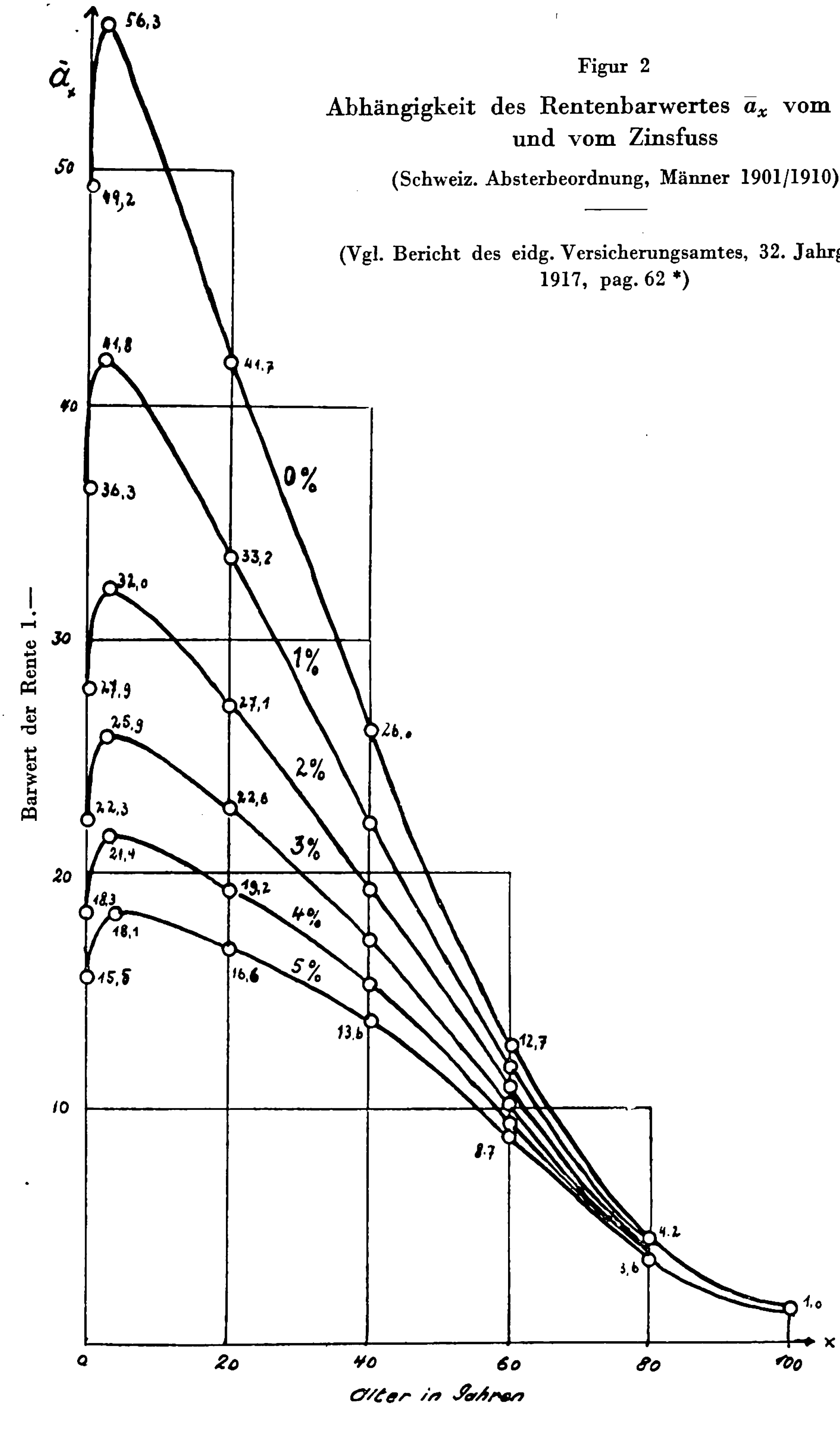
Berechnet man den Rentenbarwert $\bar{a}_x$ für jedes beliebige Alter und stellt die berechnete Zahlenreihe in ihrer Abhängigkeit vom Alter als Kurve dar, so liefert die Variierung des Zinsfusses eine Kurvenschar. Die Lebenserwartungstabelle liefert die obere Begrenzungskurve dieser Kurvenschar. Es sei auf die Figur 2 verwiesen, die dem Bericht des eidgenössischen Versicherungsamtes vom Jahre 1917, 32. Jahrgang, pag. 62 * entnommen werden konnte.

Figur 2

Abhängigkeit des Rentenbarwertes $\bar{a}_x$ vom Alter und vom Zinsfuss

(Schweiz. Absterbeordnung, Männer 1901/1910)

(Vgl. Bericht des eidg. Versicherungsamtes, 32. Jahrgang, 1917, pag. 62 *)



8. Wird als Rechnungszinsfuss i bzw. δ angenommen, so stellt sich die Einlage für ein im Alter x in eine Rentenkasse eintretendes Mitglied auf den Betrag

$$\bar{a}_x$$

Erfolgt der Eintritt im Alter z, so beträgt das erforderliche Kapital

$$\bar{a}_z$$

Diesen Betrag muss die Rentenkasse auch besitzen, wenn das Mitglied schon früher beigetreten ist, aber im Alter z noch dem Bestande angehört. Denn alsdann ist er — im Durchschnitt gesprochen — hinreichend zur lebenslänglichen Ausrichtung der Rente. Die Rente ist durch das Kapital gedeckt. Es stellt die Grösse

$$\bar{a}_z$$

das notwendige und ausreichende Deckungskapital für ein z-jähriges Mitglied dar.

Umfasst der Bestand l_z Mitglieder dieses Alters, so muss für sie eine Deckung von

$$l_z\,\bar{a}_z$$

vorhanden sein und für eine Rentnergesamtheit vom Umfang H im natürlichen Beharrungszustand ein Deckungskapital Z, das gegeben ist durch das Integral

$$Z = \int_x^\infty l_z\,\bar{a}_z\,dz \tag{15}$$

Wir können diesen Ausdruck auf eine sehr einfache Form zurückführen. Nach (9) ist zunächst

$$l_z\,\bar{a}_z = \int_0^\infty v^t\,l_{z+t}\,dt$$

$$= r^z \int_z^\infty v^u\,l_u\,du, \qquad \text{wo } u = z + t,$$

also

$$Z = \int_x^\infty r^z \int_z^\infty v^u\,l_u\,du\,dz$$

Unter Heranziehung des sogenannten Dirichletschen Satzes kann dieses Doppelintegral durch Vertauschung der Integrationsfolge übergeführt werden in

$$Z = \int_x^\infty v^u\,l_u \int_x^u r^z\,dz\,du$$

also

$$Z = \int_x^\infty v^u\,l_u\,\frac{r^u - r^x}{\log r}\,du$$

oder
$$Z = \frac{1}{\delta}\left(\int_x^\infty l_u \, du - \int_x^\infty v^{u-x} \, l_u \, du\right)$$

oder schliesslich
$$Z = \frac{l_x}{\delta}\left(\frac{1}{l_x}\int_x^\infty l_u \, du - \frac{1}{v^x \, l_x}\int_x^\infty v^u \, l_u \, du\right)$$

also nach (4) und (10)
$$Z = \frac{l_x}{\delta}\left(\bar{\varepsilon}_x - \bar{a}_x\right) \tag{16}$$

Das Deckungskapital der Gesamtheit hängt also bloss noch ab vom Zinsfuss δ, von der Erneuerungszahl $\alpha = l_x$, von der mittleren Lebenserwartung und dem Rentenbarwert des jüngsten Jahrganges.

Wir können die gefundene Beziehung in einfacher Weise auf ihre Richtigkeit hin prüfen. Sie ist gemäss (6) gleichbedeutend mit
$$Z\,\delta = H - l_x \, \bar{a}_x \tag{17}$$

Links figurieren die Zinsen des Deckungskapitals. Auf der rechten Seite steht die Grösse H, welche den Umfang des Rentenbestandes und damit die jeweiligen Ausgaben für die Rentenzahlungen repräsentiert; diese Ausgabe vermindert sich um die Einlage der soeben neu eingetretenen Mitglieder
$$l_x \, \bar{a}_x .$$

Die Beziehung ist richtig; soweit die Ausgaben nicht durch Einlagen der Versicherten gedeckt werden, müssen sie aus dem Deckungskapital bzw. seinen Zinsen fliessen. Nun ist der Bestand voraussetzungsgemäss nach Umfang und Struktur unveränderlich; soll das finanzielle Gleichgewicht nicht gestört werden, so muss offenbar auch der Deckungsfonds unverändert bleiben, d. h. es dürfen bloss die Zinsen verbraucht werden. Damit erweist sich die Relation (17) als eine für die Sicherung des dauernden Gleichgewichts in einer im natürlichen Beharrungszustand befindlichen Rentenkasse notwendige Bedingung.

9. Damit kennen wir Umfang, Struktur, Erneuerungszahl und Deckungskapital der geschilderten Gesamtheit von Rentenbezügern. Es liegt nahe, die Grösse des durchschnittlich auf ein Mitglied entfallenden Deckungskapitals zu berechnen, also den Quotienten
$$\gamma_1' = \frac{Z}{H}$$

Man kann ihn auch auffassen als das Verhältnis zwischen dem (unveränderlichen) Deckungsfonds und den Ausgaben eines Jahres, das sogenannte Deckungsverhältnis (denn $H \cdot 1$ sind die Rentenauszahlungen eines Jahres).

Setzt man die gefundenen Werte ein, so kommt

$$\gamma = \frac{1}{\delta} \frac{l_x (\bar{\varepsilon}_x - \bar{a}_x)}{l_x \bar{\varepsilon}_x}$$

also

$$\gamma = \frac{1}{\delta} \left(1 - \frac{\bar{a}_x}{\bar{\varepsilon}_x}\right) \tag{18}$$

oder wenn wir mit $\bar{a}_x (\delta)$ andeuten, dass der Rentenbarwert zum Zinsfuss δ berechnet ist:

$$\gamma = \frac{1}{\delta} \left(1 - \frac{\bar{a}_x (\delta)}{\bar{a}_x (0)}\right) \tag{19}$$

Wir unterlassen eine nähere Erörterung dieser recht interessanten Beziehung und begnügen uns damit, sie zur rechnerischen Abschätzung eines Beispiels zu benützen.

Begnügt man sich mit den Näherungen

$$\bar{a}_x = a_x - \frac{1}{2}$$

$$\bar{a}_x (o) = \bar{\varepsilon}_x = \varepsilon_x - \frac{1}{2}$$

$$\delta = i - \frac{i^2}{2} + \frac{i^3}{3},$$

so ergeben sich auf Grund der Piccardschen Tafeln (Schweiz 1920/21) für eine Rentenkasse, der die Mitglieder im Alter $x = 65$ beitreten, folgende Werte:

$\bar{\varepsilon}_{65} = 10{,}44$ (Männer) und $11{,}20$ (Frauen)

Zinsfuss i	Rentenbarwert $\bar{a}$		Deckungsverhältnis γ	
	M	F	M	F
0,05	7,58	8,05	5,61	5,76
0,045	7,80	8,29	5,74	5,90
0,04	8,03	8,55	5,88	6,03
0,035	8,28	8,82	6,01	6,18
0	10,44	11,20	7,28	7,47

Für den Grenzfall $i = \delta = 0$ ergibt sich zunächst

$$\gamma = \frac{0}{0}$$

und bei der nähern Analyse

$$\gamma = \frac{\int_x^\infty z l_z \, dz}{\int_x^\infty l_z \, dz} - x \tag{20}$$

oder

$$\gamma = \langle z \rangle - x$$

nämlich die Zahl der Jahre, um die das Durchschnittsalter des Bestandes $\langle z \rangle$ das Eintrittsalter x übersteigt.

Aus dem Beispiel darf man schliessen, dass unter den genannten Bedingungen für den Beharrungszustand mit einem Deckungsfonds zu rechnen ist, der ungefähr das 5,5fache bis 6fache des Rentenbestandes ausmacht, sofern der Zinsfuss zwischen 5% und 3½% variiert. Interessant ist die Feststellung, dass das Deckungsverhältnis trotz der starken Längerlebigkeit der Frauen für die weibliche Rentenkasse verhältnismässig nur wenig grösser ist, als das der Männerkasse. Beispielsweise gehen die Lebenserwartungen im Alter 65 um 0,76 Einheiten auseinander (11,20 — 10,44) und die Rentenbarwerte zu 3½% beispielsweise um 0,54 (8,82—8,28), dagegen die Deckungsverhältnisse bloss um 0,17 (6,18—6,01). Das Deckungsverhältnis ist eben ein Durchschnitt; der Bestand mit grösserer Lebensdauer erstreckt sich auf eine grössere Altersstrecke; bei der Durchschnittsbildung ergibt sich ein Mittelwert, der von dem des Bestandes mit engerer Altersverteilung bloss wenig abweicht.

* * *

Es wäre sehr reizvoll, die abgeleiteten Grössenbeziehungen zu verallgemeinern und auf andere Versicherungsarten zu übertragen. Wir wollen hier darauf verzichten; ebensowenig liegt es in unserer Absicht, die schönen Untersuchungen Mosers [1]), welche zeigen, wie eine beliebige Gesamtheit allmählich in den Beharrungszustand übergeführt wird, hier anzuwenden. Es war uns bloss darum zu tun, die Rolle der mittleren Lebenserwartung beim Rentenproblem klarzustellen. Wir haben feststellen können, dass die mittlere Lebenserwartung mit der Berechnung des Barwertes einer einzelnen Leibrente nichts zu tun hat, dass ihr aber bei der Ermittlung des Rentendeckungskapitals eines ganzen Bestandes, insofern sich dieser im natürlichen Beharrungszustand befindet, eine sinnfällige und wesentliche Bedeutung zukommt.

---

[1]) Prof. Dr. Ch. Moser, Beiträge zur Darstellung von Vorgängen und des Beharrungszustandes bei einer sich erneuernden Gesamtheit. Mitteilungen der Vereinigung schweiz. Versicherungsmathematiker, 21. Heft, Bern 1926.