

Die repräsentative Methode

Von Fritz Huhle, Dr. rer. pol.

Inhalt

	Seite
Das Grundsätzliche	540
Die Motive der Anwendung	542
Das Verfahren und seine logische Begründung	544
Die Grenzen der Erkenntnis	550

Neben der nationalökonomischen Theorie, die das wirtschaftliche Denken schult und die Zusammenhänge des Wirtschaftsablaufs geistig klärt, steht die Statistik als besondere Untersuchungsmethode und Darstellerin der Wirklichkeit. Spricht man der Statistik darum, weil ihr ein einheitlich erfassbarer Gegenstand fehlt, den Charakter der selbständigen Wissenschaft auch ab, so ist sie doch ein unentbehrliches, oft das Mittel überhaupt für die Wirklichkeitsforschung in der Nationalökonomie. Die Bedeutung der Statistik wächst mit dem Umfang und der Kompliziertheit der wirtschaftlichen Erscheinungen. Immer mehr muss erfasst, gezählt, verglichen werden, um der Wirtschaftspolitik Unterlagen für ihre Massnahmen zu geben. Die Richtigkeit dieser Unterlagen hängt von dem Vorgehen der statistischen Erhebung wesentlich ab. So steht nicht nur die Aufbereitung sachlich neuer Statistiken sozialen Inhalts im Mittelpunkt des Interesses; die statistische Methodenlehre verdient und erhält grösste Aufmerksamkeit geschenkt. Aus noch darzustellenden Gründen wird die Anwendung der repräsentativen Methode zur Ermittlung sozialer Erscheinungen stark angestrebt.

Das Grundsätzliche

Die repräsentative Methode, auch unter den Namen «Methode der Stichprobenerhebung» und «partielle Methode» bekannt, ist eine Teilerhebung besonderer Art. Ihr Gegensatz ist die Vollerhebung. Bei dieser werden alle Einheiten einer Massenerscheinung in die Untersuchung einbezogen, weshalb man sie auch erschöpfende Massenbeobachtung nennt. Bei einer landwirtschaftlichen Betriebszählung z. B. werden alle Betriebe gezählt und hinsichtlich der zu untersuchenden Eigenschaften erfasst. Die Teilerhebung geht grosszügiger vor. Sie gewinnt ihr Urteil über die Gesamtheit der Erscheinungen bereits dadurch, dass sie nur einen Teil von ihnen untersucht und dieses Ergebnis als zutreffend auch für den nicht in die Untersuchung einbezogenen Teil der Erscheinungen erklärt. Aus dem Ganzen werden Proben genommen, damit

auf Grund dieser eine Schlussfolgerung über die Zusammensetzung und Eigenschaften des Ganzen getroffen werden kann. Bei einer landwirtschaftlichen Betriebszählung werden nicht alle, sondern nur einige landwirtschaftliche Betriebe untersucht. Aus ihren Eigenschaften wird die Beschaffenheit der Gesamtheit abgeleitet.

Durch den Unterschied zwischen dem Ganzen und dem Teile, der jeweils der Untersuchung unterworfen wird, ist das Wesen der repräsentativen Methode keineswegs erschöpfend gekennzeichnet. Nach dieser Unterscheidung ist auch die Monographie eine Teilerhebung. Der Teil umfasst bei der monographischen Untersuchungsmethode im besten Falle wenige Einzelfälle der Gesamterscheinung, oft aber nur einen einzigen davon. Die aus der Bearbeitung von zehn Bauernwirtschaften eines Landes gewonnenen Erkenntnisse werden beispielsweise als genügend anerkannt für die Beurteilung des Arbeitsertrags der bäuerlichen Familienwirtschaft in diesem Lande überhaupt. Die in der repräsentativen Methode verkörperte besondere Art der Teilerhebung ist dadurch charakterisiert, dass die Grösse des ausgewählten Teiles, kurz die Auswahl, nicht willkürlich bestimmt wird. Die repräsentative Methode setzt voraus, dass sich der Statistiker Gedanken über den Umfang seiner Auswahl macht. Durch die Untersuchung vieler, über das ganze Beobachtungsgebiet zerstreuter Teile desselben soll ein Miniaturbild des Ganzen, eine Repräsentation des Ganzen in verkleinertem Massstab gegeben werden. Es kommt darauf an, dass sich in dem Teil das Ganze in richtiger Weise widerspiegelt. Das ist der Kern der an sich ausserordentlich einfachen, mathematisch und logisch auf der Wahrscheinlichkeitstheorie und dem Gesetz der grossen Zahl eingehend fundierten statistischen Methode.

Die repräsentative Methode erstrebt nicht eine vollkommene Übereinstimmung des Teiles mit dem Ganzen. Die zu lösende Aufgabe besteht darin, dass das Ganze und der Teil, welcher zum Gegenstand der Untersuchung gemacht wird, sich zueinander so verhalten, dass man berechtigt ist, den Teil als eine Repräsentation des Ganzen anzusehen. In der Auswahl müssen sich alle Eigenschaften der Gesamtmasse, über die man ein Urteil zu gewinnen sucht, in entsprechender Häufigkeit wiederfinden, wobei gewisse Fehlergrenzen von vornherein zugestanden werden. Wesentlich ist darum, dass man richtig auswählt. Die richtige Auswahl wird erreicht, wenn die Bedingungen erfüllt werden, die bei der Wahrscheinlichkeitsrechnung gewahrt sind und die den Erfolg des Gesetzes der grossen Zahl herbeiführen. Diese Bedingungen sind die Zufälligkeit der Auswahl und die damit verbundene Gleichmöglichkeit der Fälle. Nur unter diesen Voraussetzungen können die mathematischen Gleichungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung dazu verwendet werden, den wahrscheinlichen Abweichungsfehler des in der Auswahl erhaltenen Ergebnisses zu errechnen. Ob die Anwendung der Lehren der Wahrscheinlichkeitsrechnung das repräsentative statistische Verfahren zu rechtfertigen und seinen Erfolg zu verbürgen vermag, kann erst nach der Darstellung des methodischen Vorgehens beurteilt werden. Vor dieser seien noch die Motive, die zur repräsentativen Methode führen, einer Würdigung unterzogen.

Die Motive der Anwendung

Viele Massenerscheinungen lassen sich statistisch nicht erschöpfend erfassen. In diesen Fällen ist man zur Anwendung der repräsentativen Methode gezwungen. Das trifft zu für die Feststellung von Preisen und Preisveränderungen, für die Ermittlung von Verbrauchsgewohnheiten auf Grund der Ausgaben eines Volkes und ähnliche Untersuchungen, bei denen es technisch undenkbar ist, alle Einheiten der Gesamtmasse in die Untersuchung einzubeziehen. Das repräsentative Vorgehen ist hierbei Zwang, dem man nachgeben muss. Es ist nur stets notwendig, dass man sich im Ergebnis der Grenzen der von ihm vermittelten Erkenntnis bewusst bleibt.

Besondere Gründe für die Anwendung der repräsentativen Methode sind massgebend, wenn durch sie die an sich mögliche Vollerhebung ersetzt wird. In erster Linie wird auf die Ersparung an Zeit, Arbeit und Mitteln hingewiesen, die durch die Beschränkung der Untersuchung auf einen Teil der Gesamtheit erreicht wird. Dieser Vorteil kann nicht geleugnet werden. Je mehr man bestrebt ist, die Wirtschaft zahlenmässig zu durchleuchten und die Ergebnisse der Untersuchung zur praktischen Wirtschaftspolitik zu verwenden, desto notwendiger ist es, dass man die Ergebnisse der Berechnung rasch zur Hand hat, dass sie noch Gegenwartswert besitzen.

Dass diese Gründe ausschlaggebend sind, beweist die Fragestellung, die bei der auf Vorschlag von Professor Anderson 1926 repräsentativ durchgeführten landwirtschaftlichen Betriebszählung in Bulgarien gestellt worden ist: «Was ist bei den Geldmitteln und dem Apparat des statistischen Amtes besser? Ist es besser, mit einer Verspätung von drei, fünf und manchmal mehr Jahren Zusammenstellungen über die Ergebnisse der erschöpfenden Erhebung herauszugeben, die einen eng begrenzten Kreis von Fragen umfassen, oder ist es besser, die Resultate der repräsentativen Erhebung über einen bedeutend weiteren Fragenkreis bereits in dem der Zählung folgenden Jahr zu veröffentlichen? Gewiss können die Ergebnisse nicht immer ganz genau sein, jedoch ist die mögliche Fehlergrenze im voraus messbar und bestimmbar ¹⁾.»

Anderson betont noch ausdrücklich, dass nicht nach der Genauigkeit des Resultats gefragt worden ist, und erinnert in diesem Zusammenhang an folgendes: «In vielen Fällen, in denen wir im Wesentlichen eine absolute Genauigkeit der statistischen Angaben, mit denen wir arbeiten, gar nicht brauchen, wird erschöpfend ausgezählt. Es ist für uns doch völlig gleichgültig, ob z. B. die Bevölkerung am Morgen des 1. Januar 1927 genau 5.483.125 oder 5.490.000 Seelen betragen hat; es ist nicht von solch erheblicher Wichtigkeit, ob im Jahre 1924 in Bulgarien 39,₈ oder 39,₇ oder 39,₉ Seelen auf 1000 Einwohner geboren worden sind, ob die Gesamtsumme der Einfuhr für 1927 mit genau 6.133.042.000 oder möglicherweise mit 6.150.000.000 Leva festgestellt wurde. Es ist gar nicht so wichtig, ob es in der Mitternacht zum 1. Januar 1927 im Bezirke der Stadt

¹⁾ O. N. Anderson, Über die repräsentative Methode und ihre Anwendung bei der Bearbeitung der Ergebnisse der landwirtschaftlichen Betriebszählung vom 31. Dezember 1926; in Vierteljahrshefte der Generaldirektion der Statistik, 1. Jahrgang, Heft II/III, Sofia 1929 (erschienen in bulgarischer Sprache).

Aitos genau 5311 oder vielleicht 5400 oder ungefähr 5220 Schweine gegeben hat. Es ist sogar schwer, sich vorzustellen, dass bei der Arbeit eines Staatsmannes oder eines Praktikers oder selbst eines Gelehrten ähnlich kleine Unterschiede irgendwelche Bedeutung haben. Allgemein bedeutet ein solches Verfahren, bei dem sich die Ausgaben für die statistische Forschungsarbeit erhöhen, nur damit wir das Vergnügen haben zu glänzen und uns der absoluten Genauigkeit der Ziffern zu rühmen, besonders dort, wo diese Genauigkeit überhaupt entbehrlich ist, nur eine Pedanterie und ein unvorsichtigeres Umgehen mit den Staatsgeldern. Nur in sehr seltenen Fällen werden die Resultate der allgemeinen statistischen Forschung ganz genau sein können: gewöhnlich ist ihre absolute Genauigkeit reine Fiktion.» Anderson weist darauf hin, dass Westergaard fast jede Zählung grossen oder kleinen Ausmasses für eine repräsentative ansieht, weil fast nie jedes einzelne Objekt erfasst werde, das erfasst werden müsste, sei es wegen der Nachlässigkeit der statistischen Organe oder wegen des bösen Willens des Zählobjektes oder schliesslich wegen der Unklarheit in der Bestimmung der Objektsbezeichnungen und Ungenauigkeiten in seinen Messungen. Aus der Erwägung, dass die Ergebnisse einer erschöpfenden Zählung nur in dem Augenblick der Zählung absolut genau sind, und der weiteren Überlegung, dass positive und negative Abweichungen von der Wirklichkeit infolge Abrundungen und Nichterfassbarkeit unvermeidlich sind, kommt Anderson zu dieser seiner Einstellung: «Da die statistischen Grössen, mit denen wir in der Praxis arbeiten, fast immer bald grössere, bald kleinere Fehler enthalten, und da in den meisten Fällen absolut genaue Zahlen nicht notwendig sind, hat es dann einen Sinn, unbedingt und immer nach vollkommener Genauigkeit und Vollständigkeit beim Sammeln des Ursprungsmaterials zu streben? Können wir nicht dieselben ungenauen Ziffern unvergleichlich schneller und billiger auf dem Weg der repräsentativen Methode erhalten, d. h. auf dem Wege der schon in der Handelspraxis erprobten Methode der Stichprobe? Ist es wert, dass man diese Opfer dem Pedantismus einer statistischen Lehre bringt und sozusagen sich einer Präzisionswage dort bedient, wo eine hinreichende Dezimalwage vorhanden ist?» Das Wesentliche der Frage besteht für Anderson in der Feststellung, ob die Ungenauigkeit in den beiden Fällen der repräsentativen und der erschöpfenden Erhebung von gleichem Ausmass ist. In voller Überzeugung versichert Anderson, dass für den Fall einer «der Regel gemässen» Anwendung der repräsentativen Methode die volle Garantie möglich sei, dass die repräsentativ gewonnenen Ergebnisse von der Wahrheit (d. h. von dem Ergebnis der erschöpfenden Massenbeobachtung) nicht mehr als die im voraus angegebenen Prozente (2 v. H., 5 v. H., 10 v. H. usw.) abweichen.

Die Motive, die den Statistiker zur Anwendung der repräsentativen Methode treiben, sind damit klar gekennzeichnet. Sie bestehen in dem im Wirtschaftsleben ja stets erstrebten ökonomischen Prinzip, unter der Fragestellung: warum denn umständlich verfahren, wenn auf einfacherem und billigerem Wege dasselbe Ergebnis erzielt werden kann? Die gestellten Forderungen nach der richtigen Anwendung der repräsentativen Methode und die als unbegrenzt angegebenen Fehlermöglichkeiten lassen erkennen, dass die Qualität des Er-

gebnisses vom Verfahren der Methode abhängt. Erst in Verbindung mit einer Prüfung der Erkenntnismöglichkeiten der Methode darf sich der gewiss sehr schöne finanzielle Gesichtspunkt der Sparsamkeit und Schnelligkeit auswirken.

Das Verfahren und seine logische Begründung

Das Ziel der repräsentativen Methode ist eine gute Auswahl. Der Weg zu diesem Ziele oder das technische Verfahren ist durchaus nicht einheitlich. Zunächst unterscheidet man zwischen bewusster Auswahl und zufälliger Auswahl.

Bei dieser erfolgt die Ausscheidung der zu untersuchenden Einheiten aus der Gesamtmasse ohne jede Beziehung zu dem Untersuchungsobjekt. Der praktische Statistiker entnimmt die für den repräsentativen Teil bestimmten landwirtschaftlichen Betriebe z. B. nicht auf Grund irgendwelcher Überlegungen, sondern nach einer objektiv bestimmten Regel aus der Gesamtmasse. Eigene Wünsche und Erwartungen müssen dabei zurücktreten. Das Auswählen muss in derselben Weise geschehen, in der bei irgendeiner Lotterie die Gewinne gezogen werden; so zufällig muss es erfolgen, wie zufällig die Zahl der Punkte beim Würfeln auftritt. Diese Zufälligkeit ist gewährleistet, wenn durch die Anordnung der statistischen Zählkarten, von denen jede z. B. einen landwirtschaftlichen Betrieb vertritt, auch jede dieselbe Chance besitzt, in die Auswahl zu gelangen. Die Möglichkeit «gewählt zu werden» muss für alle Karten die gleiche sein: das ist die Forderung nach der «Gleichmöglichkeit der Fälle». Sie wird erfüllt, indem die Einheiten numeriert werden und man dann die Auswahl nach rein mechanischen Gesichtspunkten vornimmt. Entweder werden die ungeraden Zahlen als Auswahlkriterium benutzt oder jede dritte, fünfte usw. Einheit zur genauen Untersuchung abgesondert. Es hat sich gezeigt, dass eine Auswahl nach bestimmten Anfangsbuchstaben, die doch als vollkommen zufällig erscheint, die Gleichmöglichkeit der Fälle nicht garantiert. Von der Auswahl in einer bestimmten regelmässigen Zahlenfolge erwartet man eine Zusammensetzung des Teiles, die annähernd der des Ganzen gleicht.

Im Gegensatz zu der zufälligen Auswahl steht die bewusste Auswahl. Bei ihr wird die Gesamtmasse in verschiedene Einzelgruppen gegliedert. Statt jedes zehnten landwirtschaftlichen Betriebs wählt man alle Betriebe jedes zehnten Bezirks aus. Dabei wird darauf geachtet, dass in diesen Gruppen durch sinngemässe Verteilung über alle Einzelercheinungen deren sachliche und örtliche Verschiedenheiten zum Ausdruck kommen und damit in der Auswahl die Vielgestaltigkeit des Ganzen sich widerspiegelt.

Nur bei der zufälligen Auswahl ist der Vergleich des praktischen statistischen Verfahrens mit dem Vorgehen der Wahrscheinlichkeitsversuche möglich. Wie die Kugeln in einer Urne, so befinden sich die gesamten Einwohner oder die landwirtschaftlichen Betriebe eines Landes in den Listen des Statistikers vereinigt, durch Zählkarten versinnbildlicht. Den verschiedenen Farben der Kugeln entsprechen die Grössen der landwirtschaftlichen Betriebe oder die Lebensjahre der Menschen, besser die Grössenklassen oder Altersklassen. Die den Statistiker interessierenden besonderen Eigenschaften der Zählheiten oder

Merkmale, z. B. Kulturarten der landwirtschaftlichen Betriebe oder Familienstand der Bewohner, können durch andersfarbige Streifen oder irgendwelche Zeichen an den Kugeln in der Urne wiedergegeben werden. So lässt sich in dieser Hinsicht eine Analogie zwischen repräsentativem Vorgehen und wahrscheinlichkeits-theoretischem Versuch herstellen. Dem kleinen Unterschied zwischen dem technischen Verfahren der statistischen Auswahl und dem Kugelziehen aus der Urne, der darin besteht, dass jede statistische Einheit aus einer um die schon gezogenen Einheiten verminderten Gesamtmasse, die Kugel aber immer aus der vollen Urne nach Rücklegen der entnommenen Kugel gezogen wird — auch bei dem Würfel sind ja immer alle sechs Seiten passiv auswahlfähig — wird man in den für die repräsentative Methode aufgestellten mathematischen Gleichungen gerecht.

Hat man dafür Sorge getragen, dass die Zählkarten in guter Mischung bereit liegen, so kann die Auswahl durch Ziehung erfolgen. Vorher ist freilich die Frage zu lösen: die wievielte Karte soll jedesmal in die Auswahl gelangen? Das ist die Grundfrage für das repräsentative Verfahren. Sie steht im Mittelpunkt der praktischen Durchführung der repräsentativen Methode.

Die Grösse der Auswahl ist wiederum eine Funktion der geforderten Genauigkeit des Resultats. Um die Abhängigkeit zwischen Auswahlgrösse und der Übereinstimmung des Teiles mit dem Ganzen zu klären, ist ein Rückgriff auf das Gesetz der grossen Zahl und die Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung nötig, die ja den logischen Unterbau für das ganze Verfahren geliefert haben.

Das Gesetz der grossen Zahl ist die Bezeichnung der Tatsache, dass statistische Häufigkeiten bei unveränderlichen oder sich nur schwach ändernden allgemeinen Bedingungen des Geschehens mehr oder weniger stabil bleiben, sofern ihnen hinreichend grosse Ereigniszahlen zugrunde liegen ¹⁾. Der Sinn dieses Satzes ist der: Der Wahrscheinlichkeitsbruch, d. h. der apriorisch bestimmte Quotient aus günstigen und möglichen oder gesamten Fällen wird bei der praktischen Untersuchung um so eher verwirklicht werden, je mehr Einzelversuche mit der untersuchten Gesamtheit angestellt werden. Der Mathematiker bestimmt in dem Wahrscheinlichkeitsbruch, der apriorischen Wahrscheinlichkeit, einen Wert, der praktisch nur durch eine grosse Zahl von Versuchen und auch dann nur annähernd festgestellt werden kann.

Die Vielzahl der Versuche ist Voraussetzung dafür, dass die aus der Anzahl der praktisch durchgeführten Versuche sich ergebende Wahrscheinlichkeit des Ereignisses — man nennt sie empirische Wahrscheinlichkeit oder Häufigkeit, da sie den Ausdruck für die erfahrungsgemäss und praktisch sich ergebende Wiederholungszahl der Ereignisse bildet — sich dem apriorischen Wahrscheinlichkeitswert nähert. Das Gesetz der grossen Zahl besagt, dass mit wachsender Zahl der Versuche sich der Abstand zwischen apriorischer und empirischer Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses vermindert. Das Bernoullische Theorem formuliert dasselbe so: Die Zahl der Versuche kann so gross gemacht werden.

¹⁾ Bortkiewicz, L. v., Die Iterationen. Berlin 1917, S. 56/58.

dass die Wahrscheinlichkeit für das Verhältnis aus dem Teil der Versuche, in denen das Ereignis eintrat (Ereigniszahl), zu der Gesamtzahl der Versuche zwischen ganz bestimmten Grössen in beliebiger Nähe der Gewissheit liegt. In die Sprache der praktischen Anwendung übersetzt heisst dies: Bei einer grossen Zahl von Versuchen besitzt unter allen möglichen empirischen Häufigkeiten diejenige die grösste Wahrscheinlichkeit, die der apriorischen Wahrscheinlichkeit gleich ist oder ihr am nächsten liegt. Umgekehrt: Weiss man über die apriorische Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses keinen Bescheid, so ist nur nötig, mit demselben Objekt eine grosse Anzahl von Versuchen zu machen, um mit hoher Wahrscheinlichkeit in der empirischen Häufigkeit einen der apriorischen Wahrscheinlichkeit angenäherten Wert zu erhalten.

Hier setzt die repräsentative Methode mit ihrem analogen Vorgehen ein. Auch sie begnügt sich mit einem Erfolg, der von dem wahren Verhältnis (= apriorische Wahrscheinlichkeit) höchstens innerhalb bestimmter Grenzen abweicht. Das Problem ist dann, die Versuchszahl so gross zu machen, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das festgestellte Ergebnis tatsächlich innerhalb der angenommenen Fehlergrenzen liegt, der Gewissheit nahekommt. Wir wollen versuchen, das praktische Verfahren der Wahrscheinlichkeitsrechnung, wie es die repräsentative Methode in Analogie übernimmt und verwendet, an einem konkreten Beispiel zu erläutern ¹⁾:

Mit einem Würfel werden s Würfe gemacht. Der Wurf von sechs Augen ist das Ereignis E , der Wurf von 1, 2, 3, 4 und 5 Augen, d. h. die Erscheinung «Nichtsechs», ist das Ereignis E' . Bei den s nacheinander vorgenommenen Versuchen komme dem Ereignis E beständig die Wahrscheinlichkeit p , dem Ereignis E' die komplementäre Wahrscheinlichkeit $q = 1 - p$ zu. Innerhalb der Versuchserie der 1200 Würfe sind verschiedene Kombinationen möglich. Es können die folgenden $(s + 1)$ Versuchsergebnisse auftreten:

Sechs	Nichtsechs
s	0
$s - 1$	1
$s - 2$	2
.	.
.	.
.	.
.	.
1	$s - 1$
0	s

Für jede der $(s + 1)$ möglichen Kombinationen besteht eine apriorische Wahrscheinlichkeit. Man findet die Werte für die einzelnen Fälle, indem man mit Hilfe des binomischen Lehrsatzes die $s \cdot$ -Potenz der Summe der beiden Wahrscheinlichkeitswerte q für das Ereignis Nichtsechs und p für das Ereignis Sechs berechnet. Von diesen 1201 Werten ist einer am grössten, d. h. von den verschiedenen Kombinationen ist eine die wahrscheinlichste. Der mathematische

¹⁾ Vgl. Czuber, E., Die Wahrscheinlichkeitsrechnung, I u. II. Leipzig 1924.

Wert w_0 der Wahrscheinlichkeit dieser wahrscheinlichsten Kombination ist das grösste Glied in der Entwicklung der Binomialreihe $(p + q)^s$. Diese grösste Wahrscheinlichkeit besitzt der Fall, in dem sich die Realisierungshäufigkeiten der beiden sich ausschliessenden Ereignisse wie ihre apriorischen Wahrscheinlichkeiten p und q verhalten.

Neben dem wahrscheinlichsten Erfolg interessiert, besonders auch in der praktischen Anwendung dieser mathematischen Methoden, der Wert der Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen eines Erfolges, der von dem wahrscheinlichsten höchstens innerhalb vorgezeichneter Grenzen abweicht. In diesem Falle wird auf eine Übereinstimmung der empirischen mit der apriorischen Wahrscheinlichkeit verzichtet und nur gefordert, dass die zugestandene Abweichung der empirischen Häufigkeit von der apriorischen Wahrscheinlichkeit innerhalb einer bestimmten Grenze liegt. Der mathematische Wert der Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen dieses Erfolges, dass die vorgezeichneten Grenzen nicht überschritten werden, wird gefunden durch die Summe aller der Glieder der Binomialreihe, deren Abweichungen sich innerhalb der erlaubten Grenzen befinden. Für kleine Versuchsziffern und einfache Zahlenwerte der Wahrscheinlichkeitswerte p und q lassen sich die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreffen des wahrscheinlichsten und des innerhalb bestimmter angenommener Grenzen liegenden Erfolges genau berechnen. Bei umfangreichen Versuchsreihen, also grossen Werten für s , und weiter ausgedehnten Abweichungsgrenzen begnügt man sich in der Errechnung der mathematischen Wahrscheinlichkeitswerte mit Näherungsziffern. Ihrer Berechnung dienen Näherungsmethoden, von denen die mathematische Wissenschaft verschiedene kennt.

Die praktische Aufgabe verlangt meist, die Wahrscheinlichkeit dafür zu finden, dass die empirisch gefundene Kombination von der apriorischen Wahrscheinlichkeit, d. h. der wahrscheinlichsten Kombination, nicht mehr abweicht, als durch die Festsetzung bestimmter Grenzen von vornherein gestattet war. Die Wahrscheinlichkeit P , dass die Abweichung des empirischen Erfolges von der wahrscheinlichsten Kombination einen bestimmten Betrag nicht übersteigt, wird durch einen mathematischen Summenwert berechnet, der sich letztlich mit sehr grosser Annäherung auf ein Integral zurückführen lässt. Dieses, zuerst von Laplace abgeleitet, hat nach der Einführung verschiedener Ersatzgrössen die Form

$$P = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\gamma e^{-t^2} dt + \frac{e^{-\gamma^2}}{\sqrt{2\pi \cdot s \cdot p \cdot q}}$$

wobei
$$t = \frac{x}{\sqrt{2 \cdot s \cdot p \cdot q}} \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{\lambda}{\sqrt{2 \cdot s \cdot p \cdot q}}$$

P stellt dann dar die Wahrscheinlichkeit, dass die Wiederholungszahl von E zwischen die Grenzen $sp - \lambda$ und $sp + \lambda$ und die Wiederholungszahl von E' zwischen $sq - \lambda$ und $sq + \lambda$ falle, dass somit die Abweichung des Erfolges

von der wahrscheinlichsten Kombination den Betrag λ nicht übersteigt. Für die Berechnung dieses Integrals bei gegebenen Werten für λ , s , p und q gibt es bestimmte Methoden, die an dieser Stelle nicht näher erörtert werden können ¹⁾. Man hat den Wert des Integrals für verschiedene Abweichungen berechnet und die Ergebnisse in Tabellen zusammengestellt, deren Gebrauch dem der Logarithmentafeln ähnelt. Dieses Integral von Laplace ermöglicht, die Grenzen zu berechnen, innerhalb derer die auf Grund einer bestimmten Zahl von Versuchen festgestellte Wiederholungszahl eines Ereignisses von dessen apriorischer Wahrscheinlichkeit abweicht.

Das dem Kugelziehen analoge Vorgehen des Auswählens der Zählkarten ermöglicht die sinngemässe Verwendung des Integrals. Erfolgt das Herausnehmen der Einheiten für die Auswahl wirklich zufällig, dann wird sich der ausgewählte Teil nach Art einer sogenannten Häufigkeit oder eines arithmetischen Mittels der entsprechenden charakteristischen Eigenschaften der gesamten Masse dem Gesetz der grossen Zahl unterwerfen, so dass für das Auftreten der Abweichung von der Wirklichkeit das Integral von Laplace zutrifft. Man hat die nötigen mathematischen Formeln konstruiert, mit deren Hilfe sich die Grösse der Auswahl bestimmen lässt, die notwendig ist, dass sich die Abweichung der im ausgewählten Teil beobachteten Häufigkeit von der empirisch angenommenen apriorischen Wahrscheinlichkeit innerhalb einer von vornherein festgesetzten Fehlergrenze hält. Mit wachsendem Abweichungsfehler steigt die Wahrscheinlichkeit, dass das Ergebnis innerhalb der zugestandenen Grenzen liegt, und sinkt die dafür notwendige Auswahlmenge. Je enger man die Fehlergrenze wählt, um so grösser muss die Auswahl sein.

Die Technik der repräsentativen Methode verlangt demnach, dass das Auftreten einer interessierenden Erscheinung innerhalb der Gesamtmasse in bestimmter Grösse angenommen wird. Das setzt eine gewisse Kenntnis der Struktur der Masse voraus. Eine Verbindung der repräsentativen Methode mit der auf Grund einer Durchforschung der gesamten Masse gewonnenen Erkenntnis ihrer Zusammensetzung ist empfehlenswert. Das im ganzen gute Ergebnis des repräsentativen Vorgehens bei der bereits erwähnten landwirtschaftlichen Betriebszählung Bulgariens ist nicht zuletzt darauf zurückzuführen, dass ein durch Vollerhebung gewonnenes Material repräsentativ bearbeitet wurde.

Die statistischen Zählkarten für sämtliche landwirtschaftlichen Betriebe lagen vor. Um bei der Auswahl das Eindringen systematischer Fehler in das Ergebnis zu verhindern, hat man zunächst geprüft, ob die Karten nicht in irgendeiner besonderen Ordnung verteilt sind, so dass in die Auswahl Besonderheiten gelangen können, die im Rest der ausserhalb der Untersuchung bleibenden Karten gar nicht enthalten sind. Darum hat man jede n . -Karte in ganz zufälliger Weise, nämlich der Reihenfolge der Kartenpakete, ausgewählt. Auch wurde nicht berücksichtigt, ob eine gezogene Karte entzwei, unvollständig oder

¹⁾ Vgl. E. Czuber, Theorie der Beobachtungsfehler 1891, S. 115—121; H. Opitz, Die Kramp-Laplacesche Transcendente, Osterprogr. 1900 des Königstädt. Realgymnasiums zu Berlin.

sonstwie mangelhaft war. Sie wurde trotzdem gewählt, um die Zufälligkeit zu wahren. Die Ersetzung einer beschädigten Karte hätte, so befürchtete man, eine Ungenauigkeit in das Auswahlssystem gebracht.

Aus den ausgewählten Karten werden dann die auf die einzelnen gestellten Fragen gegebenen Antworten entnommen und in Tabellenform registriert. Hierbei entsteht die Frage, bis zu welcher Grenze, mit welchem Grade der Gewissheit lässt sich die in der Auswahl wiedergegebene Verteilung der einzelnen Merkmale auf die Gesamtheit übertragen? Zunächst liefert die repräsentative Methode nur Relativzahlen. Zum Beispiel: der Anteil der landwirtschaftlichen Betriebe einer bestimmten Grössenklasse beläuft sich auf etwa 10 bis 12 %. Lässt sich daraus der absolute Umfang einer Erscheinung ableiten und sagen: die landwirtschaftlichen Betriebe derselben Grössenklasse sind in der Gesamtmasse vertreten in einer Anzahl, die zwischen dem 10- bis dem $8\frac{1}{3}$ -fachen ihres absoluten Auftretens in der Auswahl liegt? Dieser Schluss ist möglich: er besagt ja am Ende nichts anderes als das, was schon die Relativzahlen wiedergeben. Einer bestimmten Relativzahl muss eine bestimmte absolute Zahl entsprechen.

Wie aber die Anwendung der repräsentativen Methode für kleine Massen ihren Sinn verliert, da dann der vom Gesetz der grossen Zahl garantierte Ausgleich der zufälligen Fehler wegfällt, so ist auch für in kleiner Ausdehnung vorhandene Merkmale eine Ableitung des absoluten Vorkommens aus dem relativen Auftreten kaum möglich. Bei der Registratur der in den Zählkarten gegebenen Antworten wird zunächst kein Unterschied gemacht, ob eine Eigenschaft der Betriebe in grosser oder kleiner Häufigkeit vorhanden ist. In den Tabellen wird die Aufteilung von beispielsweise 50.000 landwirtschaftlichen Betrieben (als einer zehnprozentigen Auswahl aus 500.000) in die einzelnen Flächengrössenklassen ebenso enthalten sein wie ihre Gliederung nach dem Merkmal der Technisierung. Für die Übertragung des Ergebnisses auf die Gesamtheit ist es indessen keinesfalls gleichbedeutend, wenn sich die Grössenklassen beispielsweise ohne Angabe der Fehlermöglichkeit verhalten wie 5 : 2 : 2 : 1, die technisierten Betriebe zu den nichttechnisierten aber wie 1 : 499 oder gar wie 1 : 4999. Dieser Tatsache, auf die im erkenntniskritischen Teil dieser Abhandlung noch eingegangen werden wird, muss das praktische Vorgehen der Statistik in der repräsentativen Methode Rechnung tragen.

Der umfassende Versuch Bulgariens, eine statistische Masse, die stets nur einer Vollerhebung unterzogen worden ist, repräsentativ zu bearbeiten, berücksichtigt den geringen Anteil gewisser Merkmale. Die Maschinenbesitzverteilung auf die einzelnen Betriebsgrössen hat man durch eine Vollerhebung festgestellt. Dabei handelte es sich um 18 verschiedene Maschinen, die in ganz ungleichen Mengen in den einzelnen Betriebsgrössenklassen vorkommen. Ihre Verteilung zeigt im Ergebnis beispielsweise für die Gruppe der Betriebe von 30—39 Dekar folgende absolute Anteile: 62.883 Pflüge alten Systems, 929 Rajolpflüge, 3111 Eggen, 318 Walzen. 1 (!) Sämaschine, 165 Mähmaschinen, 27.832 Korndrescher. 636 Maismehlmächinen, 5180 Wein- und Fruchtpressen. An diesem praktischen Beispiel sei schon hier darauf hingewiesen, dass es kein repräsentatives stati-

stisches Erhebungsverfahren gibt, das derart detaillierte Erkenntnisse ermitteln und den Anteil teilweise so gering vertretener Merkmale auch nur annähernd darstellen könne.

Die dem repräsentativen Verfahren zur logischen Begründung dienenden Kugelziehungen und Würfelversuche kennen nicht derartige Aufgaben. Die Versuche, die zur empirischen Bestätigung der Theoreme der Wahrscheinlichkeitsrechnung von verschiedenen Wissenschaftlern ausgeführt worden sind, bezwecken nie eine detaillierte Erkenntnis des Untersuchungsobjektes. In der Einfachheit der Fragestellung stimmen das Werfen von Münzen oder Würfeln, die Lotterieziehungen und das Roulettespiel überein. Nur zwei Eigenschaften hat die Münze: Kopf und Wappen. In der Urne sind auch meist nur Kugeln von zwei Farben, selten mehr. Die bei den Lotterieziehungen und dem Roulettespiel vorhandenen Möglichkeiten halten sich in engen Grenzen. Sinn aller dieser Versuche ist eine Bestätigung der Fehlertheorie. Ihr Inhalt besteht darin, dass eine einzige Untersuchung oder Messung eines Objektes nicht als zuverlässig angesehen wird. Es kann irgendein Fehler das Ergebnis beeinflussen. Darum misst man die Strecke nochmals, zählt die Kugeln wiederholt, wirft den Würfel immer wieder. Kehrt nach Ausschaltung systematischer Fehler bei wiederholten Beobachtungen dasselbe Ereignis oder ein um einen bestimmten Durchschnitt liegendes stets wieder, dann ist man von der Richtigkeit schon eher überzeugt. Die Fehlertheorie sieht in der grossen Zahl stets eine Wiederholungszahl desselben Ereignisses.

Gewiss ist im Vorgehen der repräsentativen Methode auch jede Einheit die gleichartige Erscheinung, sei es ein landwirtschaftlicher Betrieb, ein Einwohner des Landes, ein Preis usw. Untereinander sind jedoch diese Einheiten voneinander verschieden, und diese Unterschiede, diese Charaktereigentümlichkeiten sollen festgestellt werden. Daraus ist erkenntlich, dass das dargestellte Verfahren der repräsentativen Methode von dem Verfahren, das zu seiner logischen Begründung dient, abweicht. Die Übereinstimmung fehlt an zwei Stellen: die Objekte und auch die Behandlung, der sie unterworfen werden, sind unterschiedlich. Versteht man unter Analogie eine Ähnlichkeit, dann ist selbst diese oft sehr gering. Dies ist entscheidend für die Beurteilung der Ergebnisse einer Repräsentativerhebung, deren Erkenntnismöglichkeit Grenzen gesetzt sind.

Die Grenzen der Erkenntnis

Was will die repräsentative Methode? Ihr Ziel ist, aus dem nach mathematischen Formeln bestimmten Teil einer Gesamtmasse zu erkennen, wie sich diese zusammensetzt. Fehler werden zugestanden und gleichzeitig abzumildern versucht mit dem Hinweis darauf, dass eine Vollerhebung auch nie ganz genau sein könne. Den Vorteil der repräsentativen Methode sieht man darin, dass sich die Fehlergrenze bestimmen und damit die Abweichung des Ergebnisses von der Wirklichkeit erkennen lässt.

Mit dem Zugeständnis der Fehlerhaftigkeit des Ergebnisses ist noch nichts gesagt über den Umfang seiner Erkenntnismöglichkeit. Die Analogie zwischen

Wahrscheinlichkeitsrechnung und dem repräsentativen Vorgehen ist möglich für den Fall, dass eine Vielheit von Objekten auf eine Eigenschaft hin untersucht wird, die von den Objekten in unterschiedlicher Weise getragen wird. Hunderttausende von landwirtschaftlichen Betrieben hinsichtlich ihrer Grössenverteilung so zu untersuchen, dass man einen umfangreichen Teil auswählt und in diesem die Grössenschichtung feststellt, ist vertretbar. Das Ergebnis trifft innerhalb bestimmter Fehlergrenzen zu. Dafür bietet die Wahrscheinlichkeitsrechnung und auch die Erfahrung Gewähr. Natürlich tritt der Erfolg nur bei geschickter Auswahl und gründlicher Mischung der Zählkarten ein. Beides ist immer Voraussetzung.

Dieses Anerkenntnis darf nicht verallgemeinert werden. Zweck fast jeder sozialstatistischen Untersuchung ist, mehrere Eigenschaften der Einheiten in ihrer Verteilung zu erkennen. Neben der Grössenordnung der landwirtschaftlichen Betriebe werden beispielsweise auch ihre Anbauflächen für die verschiedenen Getreidearten, der Umfang ihres Viehbestandes, der Grad ihrer Technisierung, die Zahl der Beschäftigten und vieles andere mehr gefragt. Dies geschieht bei einer Repräsentativerhebung ebenso wie bei einer Vollerhebung. Beschränkungen im sachlichen Umfang der Untersuchung sind für die repräsentative Methode nie zugestanden worden. Im Gegenteil, als Vorteil wird hingestellt, dass mit Hilfe der repräsentativen Methode ein weiterer Fragenkreis schneller beantwortet werden kann. Statt Vollerhebung soll ein Teil nach mehreren Gesichtspunkten untersucht werden.

In Wahrheit setzt aber das Verfahren dieser Methode der sachlich-richtigen Erkenntnis Grenzen. Da nämlich der Inhalt der Fragestellung vielgestaltig ist, lassen sich die in die Auswahl gelangten Einheiten nicht nur hinsichtlich einer Eigenschaft (z. B. Grössenklassen), sondern ausserdem nach dem gleichzeitigen Besitz mehrerer Eigenschaften ordnen, zählen und gruppieren. Dadurch bietet sich die Möglichkeit, aus der Beschaffenheit der Auswahl mehr Kenntnisse zu ziehen, als man bei der Prüfung der Repräsentation zu gewinnen beabsichtigte. Auf der 17. Sitzung des Internationalen Statistischen Instituts äusserte Gini seine Meinung über diese Frage der repräsentativen Methode so: «... le danger est de vouloir appliquer à la totalité des résultats qui sont valables seulement pour une de ses parties. Or, à un danger, à un certain point de vue analogue, on est exposé dans les applications de la méthode représentative des résultats qui sont démontrés pour certains caractères ou pour certaines propriétés de ses caractères (valeur moyenne, écart moyen, etc!) à d'autres caractères ou à d'autres propriétés des mêmes caractères (distribution, connexion, etc.) pour lesquels la représentation peut se trouver en défaut ¹⁾.»

Diese andere, in ihren Grenzen nicht bestimmbare Fehlermöglichkeit der repräsentativen Methode hat ihre Ursache darin, dass nur die vermutete Intensität einer Eigentümlichkeit die Bestimmung der Auswahlgrösse beeinflusst. Das bietet aber — wenn man nicht etwa besondere Hypothesen zu Hilfe nimmt —

¹⁾ C. Gini, 17. Sitzung des Int. Statistischen Instituts: Bulletin de l'Inst. Int. de St. XXIII, 1 p. 64.

keine Gewähr gegen die Möglichkeit, dass die Auswahl in anderen Beziehungen, die dabei nicht in Betracht gezogen worden sind, nicht repräsentativ ist. Ebenso wenig wird damit garantiert, dass der repräsentative Charakter der Auswahl sich auch auf die Neigung zur Veränderlichkeit, auf die Verteilungsart und auf die gegenseitigen Beziehungen der Erscheinungen erstreckt; gilt das schon für die Merkmale, denen bei der Auswahl Rechnung getragen worden ist, so noch viel mehr, wo das nicht der Fall war ¹⁾.

Der logische Unterschied zwischen der repräsentativen Methode und dem Urnenbeispiel der Wahrscheinlichkeitslehre ist der: das statistische Vorgehen erstrebt aus der Gesamtmasse eine Anzahl von Einheiten zu greifen, die bei der Auszählung im Ergebnis einen repräsentativen Ausschnitt des Ganzen in mehreren, oft allen interessierenden Merkmalen ergeben; in den praktischen Beispielen der Wahrscheinlichkeitslehre wird von der Auswahl — die hier ein Vielfaches der untersuchten Einheiten ist! — nur die richtige Widerspiegelung eines Merkmals verlangt und bewiesen, wenn auch die mathematische Berechnung kombinierter Wahrscheinlichkeiten möglich ist.

Es entsteht die Frage: Garantiert die richtige Repräsentation eines Merkmals auch die ebenso genaue Wiedergabe des Auftretens eines oder gar mehrerer anderer Merkmale, die der Gesamtheit der Einheiten in verschiedener Stärke anhaften? Grundsätzlicher gefasst: Ist es überhaupt möglich, dass dann, wenn für ein Merkmal eine bestimmte Fehlergrenze gewahrt ist, auch die Repräsentation für die anderen Merkmale gegeben ist?

Versuchen wir, an einem praktischen Beispiel Klarheit über die Beantwortung der Frage zu gewinnen! Angenommen, 100 landwirtschaftliche Betriebe — die Kleinheit der Zahl möge vorläufig nicht stören — verteilen sich auf vier Hektargrößenklassen von den Klein- bis zu den Grossbetrieben im Verhältnis 40 : 30 : 20 : 10. Eine geschickte Auswahl von 10 Prozent der Gesamtmasse hat tatsächlich die Anteile der Größenklassen im Verhältnis von 4 : 3 : 2 : 1 festgestellt. Technisiert mögen nun 12,5 % der 40 Klein- und 50 % der Grossbetriebe sein. Das sind insgesamt 10 technisierte Betriebe, die mit je 5 auf die Klein- und die Grossbetriebe entfallen, während die Mittelgruppen nicht beteiligt sind. Bei einer 10prozentigen Auswahl dürfte für den Fall, dass das Verhältnis der technisierten Betriebe zu den nichttechnisierten Betrieben repräsentiert wird, nur ein einziger technisierter Betrieb in der Auswahl erscheinen. Gruppenmässig kann er entweder den Klein- oder den Grossbetrieben angehören. Wohin er nun aber auch immer fällt, die Repräsentation der Technisierung innerhalb der Größenklassen ist nicht möglich. Ein technisierter Betrieb innerhalb der richtigen Auswahl der Grossbetriebe bedeutet für diese 100prozentige Technisierung, innerhalb der Kleinbetriebe 25prozentige Technisierung. Selbst für den Fall einer zugestandenen Fehlergrenze ist eine annähernd richtige Repräsentation der jetzt fünf Erscheinungen, nämlich Anteil der Grossbetriebe, Anteil der Kleinbetriebe, Anteil der technisierten Grossbetriebe, Anteil der technisierten Kleinbetriebe, Anteil der technisierten Betriebe jeweils an der Gesamtmasse nicht möglich.

¹⁾ C. Gini und L. Galvani, 4. Bd. Annali di Statistica. 6. Folge 1929.

Die Kleinheit der Zahlen, für die man die repräsentative Methode als ungeeignet erkannt hat, kann in diesem Beispiel mit Recht als Gegenargument angeführt und zum Ausgleich eine grössere Auswahl gefordert werden. Schon bei 20prozentiger Auswahl (oder auch bei wiederum 10prozentiger Auswahl aus der doppelt grossen Einheitenmenge) erscheinen innerhalb 20 im Verhältnis von 8:6:4:2 auftretenden Grössenklassen zwei technisierte Betriebe, die im Falle gleicher Verteilung — daneben bestehen noch zwei andere Möglichkeiten, in denen beiden eine fehlerhafte Verteilung erfolgen würde — auf die beiden betreffenden Gruppen den Anteil der technisierten Betriebe an diesen und der Gesamtheit genau repräsentieren. Die richtige Repräsentation tritt auch in diesem Fall nur ein, wenn die Anteile der Grössenklassen nicht innerhalb zu grosser Fehlergrenzen schwanken. Die Tatsache, dass für das Auftreten jedes Merkmals in der Auswahl eine Fehlergrenze wirksam wird, bedeutet eine Verstärkung der Fehlermöglichkeit.

Der Unterschied zwischen den Kugeln in der Urne und den landwirtschaftlichen Betrieben oder den Bewohnern eines Landes ist der, dass innerhalb der Kugeln in weitgehendem Masse eine die andere vertreten kann, was innerhalb der sozialstatistischen Erhebungsobjekte unmöglich ist. Es ist gleich, welche rote Kugel gewählt wird, Hauptsache, dass eine rote Kugel gewählt wird. Alle roten und alle gelben Kugeln, d. h. alle Kugeln gleicher Farbe, können einander vertreten, ohne dass damit das Ergebnis beeinflusst wird. Grund dafür ist, dass nur die eine Eigenschaft, die Farbe, gefragt ist. Alle landwirtschaftlichen Betriebe gleicher Grösse, alle Bewohner gleichen Geschlechtes können nicht sich gegenseitig vertreten, weil sie in den anderen interessierenden Eigenschaften voneinander abweichen, diese aber auch richtig repräsentiert werden sollen. Der repräsentativen Methode fehlt erstens der Ausgleich, der bei den Wahrscheinlichkeitsversuchen im Gesetz der grossen Zahl als einem vielfachen Beobachten derselben Einheit gegeben ist, zweitens der Ausgleich, der in der Vertretbarkeit einer Einheit durch die andere Einheit besteht. Diese Tatsache setzt der auf repräsentativem Wege möglichen Erkenntnis der Zusammensetzung einer sozialstatistischen Masse wesentliche Grenzen, die auch für umfangreiche Massen gültig sind. Mit der Zahl der Einheiten einer zu untersuchenden Erscheinung wächst auch die Buntheit ihrer Zusammensetzung. Zur Vereinfachung fasst die Statistik die individuellen Verschiedenheiten in Gruppen zusammen. Damit wird und soll auch nicht eine Beseitigung der Vielgestaltigkeit erreicht werden. Sie zu erkennen, ist ja die Aufgabe des Statistikers und ist notwendig für Gesetzgebung und Verwaltung.

Die Verschiedenheit der Einheiten ist eine doppelte. Einmal werden z. B. für einen landwirtschaftlichen Betrieb (die Einheit) viele Eigenschaften gefragt. Dazu treten diese Eigenschaften in vielfacher Form auf. Es ist nicht so, dass die für die Eigenschaften gebildeten Untergruppen sich in ihrer Ausdehnung decken. Die relative Zusammensetzung der Masse nach den Untergruppen der einen Eigenschaft weicht ab von der nach der anderen Eigenschaft. Die Zusammensetzung der landwirtschaftlichen Betriebe nach den einzelnen Grössenklassen stimmt nicht überein mit der Zusammensetzung nach dem Viehbestand, der

Technisierung usw. Wären alle Grossbetriebe zugleich technisierte Betriebe, dann könnten die der Gruppe Grossbetriebe angehörenden Einheiten zugleich die Eigenschaft Technisierung vertreten. Eine solche Übereinstimmung ist aber nie vorhanden. Besonders nicht für die Fälle, in denen die Einheiten nach dem gleichzeitigen Besitz zweier oder mehrerer Eigenschaften untersucht werden. Entscheidend für die Wahl, repräsentativ vorzugehen oder eine Vollerhebung zu veranstalten, ist immer das aus dem Untersuchungszweck heraus geborene Wesen der statistischen Masse. Nach welchen Gesichtspunkten der Statistiker hierbei für seinen Entschluss zu verfahren hat, sei kurz aufgeführt ¹⁾.

Drei Eigenschaften der statistischen Masse sind zu prüfen, bevor ein Urteil über ihre Eignung zur repräsentativen Bearbeitung gefällt werden kann. Diese sind die Grösse der Masse, ihre Mannigfaltigkeit und ihre Homogenität.

Der Begriff der Grösse bedeutet die in einer statistischen Zahl ausgedrückte Menge statistischer Einheiten innerhalb der Masse.

Der Begriff der Mannigfaltigkeit ist zu verstehen aus der Kenntnis der Begriffe Merkmal, Merkmalsvariation und Variationskombination. Erhebungsmerkmal oder statistisches Merkmal nennt man die Eigenschaften räumlicher oder zeitlicher oder sachlicher Art, die an den Erhebungseinheiten beobachtet worden sind und nach denen diese gruppiert werden. Jedes Merkmal kann in verschiedenen Merkmalsmöglichkeiten (Variationen) auftreten, z. B. männlich und weiblich als Variationen des Merkmals Geschlecht, ledig, verheiratet, getrenntlebend, geschieden, als Variationen des Merkmals Familienstand. Durch Kombination der Variationen der verschiedenen Merkmale entstehen die Variationskombinationen. Eine Kombination der beiden Merkmale Geschlecht und Familienstand ergibt dann zehn Variationskombinationen. Unter Mannigfaltigkeit der Masse für ein Merkmal wird demnach die Menge der in ihr vorkommenden Merkmalsvariationen verstanden. Unter Mannigfaltigkeit der Masse für zwei oder mehrere Merkmale wird die Menge der in ihr vorkommenden Merkmalsvariationen und Variationskombinationen verstanden.

Etwas ganz anderes als die Mannigfaltigkeit bedeutet der Begriff der Homogenität. Sein Inhalt besagt nicht, wie in der statistischen Methodenlehre vielfach üblich, dass die Einheiten in ihrer Verursachung homogen sind. Die Homogenität stellt eine besondere Art der Massenzusammensetzung, der Massestruktur dar. Dabei wird die Struktur der Masse bedingt durch das quantitative Verhältnis, indem in ihr die einzelnen voneinander unterscheidbaren Gattungen der Einheiten auftreten. Darauf bezieht sich die Gleichheit, welche die Masse homogen macht. Eine homogene Masse ist also nicht eine solche, deren Einheiten alle der gleichen Gattung angehören, sondern die Homogenität wird bewirkt durch das in gleichen Mengenzahlen erfolgte Auftreten der einzelnen Merkmalsvariationen bzw. Variationskombinationen oder beider innerhalb der Masse. Massgebend sind dabei in erster Linie die betrachteten Merkmale. Bezeichnen wir die Merkmalsvariationen und Variationskombina-

¹⁾ Eine ausführliche Darstellung über die Beschaffenheit sozialstatistischer Massen und ihre Eignung zur Anwendung der repräsentativen Methode erfolgte in des Verfassers Schrift: «Erkenntniskritische Untersuchungen über die repräsentative Methode», Leipzig 1933.

tionen allgemein als Eigenschaften, dann können wir den Begriff «Homogenität» in folgender Form fassen: Die Homogenität einer Masse ist der Ausdruck für die Gleichheit der Mengenzahlen der in der Masse vom Beschauer betrachteten Eigenschaften der Einheitengesamtheit.

Eine statistische Masse kann hinsichtlich eines Merkmals homogen sein, ohne die Homogenität hinsichtlich mehrerer Merkmale aufweisen zu müssen. Eine Masse ist hinsichtlich eines Merkmals homogen, wenn alle Variationen dieses Merkmals gleichviel Vertreter innerhalb der Masse besitzen. Eine Masse ist hinsichtlich mehrerer getrennt betrachteter Merkmale homogen, wenn alle Variationen dieser Merkmale, hinsichtlich mehrerer verbunden betrachteter Merkmale homogen, wenn alle Variationskombinationen dieser Merkmale, hinsichtlich mehrerer getrennt und zugleich verbunden betrachteter Merkmale homogen, wenn sowohl alle Variationen als auch alle Variationskombinationen dieser Merkmale gleichviel Vertreter in der Masse besitzen.

Zum klaren Verständnis dieses unseren Homogenitätsbegriffs soll er in zwei Beispielen angewendet werden. Das erste Beispiel wählen wir aus dem Gebiete der sozialen Statistik. Die landwirtschaftlichen Betriebe eines Bezirkes sollen untersucht werden nach den drei Merkmalen Besitzverhältnis des Bewirtschafters (zwei Variationen: Pacht und Eigentum), nach der Hektargrösse (vier Variationen: 0,05—5 ha, 5—20 ha, 20—100 ha, über 100 ha) und nach angebaute Hauptgetreideart (vier Variationen: Roggen, Hafer, Gerste, Weizen). Wir stellen immer den zu erklärenden Satz voran, um ihn dann praktisch zu erläutern. Zunächst; 1. Eine Masse ist hinsichtlich eines Merkmals homogen (= gesamthomogen), wenn alle Variationen dieses Merkmals gleichviel Vertreter in der Masse besitzen.

Das heisst: Die Masse der landwirtschaftlichen Betriebe ist hinsichtlich des Merkmals Besitzverhältnis homogen, wenn in ihr ebensoviel von Pächtern wie von Eigentümern bewirtschaftete Betriebe vertreten sind. Die Masse der landwirtschaftlichen Betriebe ist hinsichtlich des Merkmals Hektargrösse homogen, wenn die vier Grössengruppen je ein Viertel der gesamten Betriebe umfassen. Die vorliegende Masse ist hinsichtlich der angebauten Hauptgetreideart homogen, wenn je ein Viertel der Betriebe Weizen, Roggen, Gerste, Hafer als hauptsächlichliche Getreideart anbaut.

2. Eine Masse ist hinsichtlich mehrerer getrennt betrachteter Merkmale homogen, wenn alle Variationen dieser Merkmale gleichviel Vertreter in der Masse besitzen.

Das heisst: Die Masse der landwirtschaftlichen Betriebe ist hinsichtlich der Merkmale Besitzverhältnis, angebaute Getreideart und Hektargrösse bei getrennter Betrachtung derselben homogen, wenn in ihr die Pächterbetriebe, die Eigentümerbetriebe, die Betriebe von der Grösse 0,05 bis 5 ha, die mit 5—20 ha, die mit 20—100 ha, die über 100 ha, die hauptsächlich Weizen anbauenden Betriebe, die hauptsächlich Roggen anbauenden Betriebe, die hauptsächlich Gerste anbauenden Betriebe, die hauptsächlich Hafer anbauenden Betriebe allesamt in gleicher Menge vertreten sind.

Eine aufmerksame Betrachtung zeigt uns, dass diese Homogenität nicht bestehen kann, denn eine gleiche Verteilung der Pächter- und Eigentümerbetriebe über die Summe aller Betriebe teilt diese in zwei Hälften, während sowohl die gleiche Aufteilung nach Grössenklassen wie Hauptgetreideart die Summe der Betriebe vierteilt. Die Hälfte einer Summe kann aber nie gleich sein dem Viertel derselben Summe. Darum ist eine Homogenität der drei Merkmale bei getrennter Betrachtung derselben nicht möglich. Doch kann eine Homogenität hinsichtlich der zwei Merkmale Hektargrösse und angebaute Hauptgetreideart bei getrennter Betrachtung derselben und bei der Untersuchung der Masse allein nach diesen zwei Merkmalen wohl bestehen. Denn beide Merkmale besitzen vier Variationen und teilen bei gleichem zahlenmässigen Vorkommen dieser Variationen in der Masse diese in gleicher Weise, nämlich in Vierteile, auf. Damit ist bewiesen, dass die Homogenität hinsichtlich mehrerer getrennt betrachteter Merkmale voraussetzt, dass diese Merkmale in der Zahl ihrer Variationen übereinstimmen.

3. Eine Masse ist hinsichtlich mehrerer verbunden betrachteter Merkmale homogen, wenn alle Variationskombinationen dieser Merkmale gleichviel Vertreter in der Masse besitzen.

Das heisst: Die Masse der landwirtschaftlichen Betriebe ist hinsichtlich der drei unterschiedenen Merkmale bei verbundener Betrachtung derselben homogen, wenn in ihr hauptsächlich Weizen, hauptsächlich Roggen, hauptsächlich Hafer, hauptsächlich Gerste anbauende Pacht- und Eigentumsbetriebe von jeder der vier Grössen in gleicher Anzahl enthalten sind. Dies ist in unserem Beispiele möglich. Es wäre unmöglich, wenn die Variationen eines der drei Merkmale sich unregelmässig auf die Gesamtheit der Betriebe verteilten, d. h. hinsichtlich der Variationen eines Merkmals keine Homogenität bestände. Die Homogenität dieses Falles wird daran erkannt, dass die Mengenzahlen der homogenen Eigenschaft gleiche Teile der Gesamtsumme der Einheiten sind. Dies ist nämlich zur homogenen Verteilung der Variationen eines Merkmals auf die Einheitengesamtheit notwendig. Sollen die 80,000 landwirtschaftlichen Betriebe eines Landes hinsichtlich der vier Variationen des Merkmals Grösse eine homogene Masse bilden, so muss die Mengenzahl dieser Homogenität dem vierten Teil der Gesamtheit gleich sein. Damit ist bewiesen, dass die Homogenität hinsichtlich mehrerer verbunden betrachteter Merkmale voraussetzt, dass die Variationen der einzelnen Merkmale jeweils für sich homogene Massen bilden.

4. Eine Masse ist hinsichtlich mehrerer getrennt und zugleich verbunden betrachteter Merkmale homogen, wenn sowohl alle Variationen als auch alle Variationskombinationen dieser Merkmale gleichviel Vertreter in der Masse besitzen.

Das heisst: Die Masse der landwirtschaftlichen Betriebe ist hinsichtlich der drei unterschiedenen Merkmale bei getrennter und zugleich verbundener Betrachtung derselben homogen, wenn in ihr die Pächterbetriebe, die Eigentümerbetriebe, die Betriebe jeder Grössenklasse, die Betriebe mit jeder Hauptgetreideart, die hauptsächlich Weizen oder Roggen oder Gerste oder Hafer anbauenden Pächter- oder Eigentümerbetriebe jeder Grössenart in gleicher Menge

innerhalb der Masse auftreten. Für die getrennte Betrachtung ist ja die gleiche Variationenzahl aller Merkmale nötig. Diese Betrachtungsart ist in unserem Falle für die Merkmale Grössenart und Getreideart gegeben. Lassen wir das Merkmal Besitzverhältnis aus der Untersuchung weg, so ist leicht zu erkennen, dass hinsichtlich der Betriebsgrössen und Hauptgetreidearten eine Gesamtkombination von gleicher Homogenität wie die der Variationen der einzelnen Merkmale erfolgen kann. Sie tritt einfach so ein, dass je eine Variation des einen Merkmals sich mit je einer des anderen Merkmals kombiniert. Es gibt also in unserem Beispiele ebensoviel hauptsächlich Weizen anbauende Betriebe in der Grösse von über 100 ha, ebensoviel hauptsächlich Roggen anbauende Betriebe in der Grösse von 20—100 ha, ebensoviel hauptsächlich Gerste anbauende Betriebe in der Grösse von 5—20 ha und ebensoviel hauptsächlich Hafer anbauende Betriebe in der Grösse von 0,05—5 ha. Dabei wird klar, dass bei einer solchen Homogenität der getrennten und zugleich verbundenen Betrachtung mehrerer Merkmale nur ein Teil der überhaupt mathematisch möglichen Kombinationen eintreten darf, da sonst eine solche Homogenität nie bestehen kann. Diese sich notwendigerweise ergebende Einschränkung ist wichtig. Wir erkannten: Die Homogenität hinsichtlich mehrerer getrennt und zugleich verbunden betrachteter Merkmale erfordert, dass die einzelnen Merkmale gleichviel Variationen besitzen. Das Vorkommen dieser Homogenität ist darum sehr beschränkt, weil in ihr nur ein geringer Teil aller überhaupt möglichen Kombinationen verwirklicht sein darf.

Wir zeigen die aus diesen Beweisen gewonnenen und bewiesenen Erkenntnisse nun nochmals kurz an einem wahrscheinlichkeits-theoretischen Kollektiv, d. h. an einer Kugelgesamtheit. Zu diesem Zwecke wird die sich in einer Urne befindliche Kugelmasse hinsichtlich der Merkmale Farbe und Stoff untersucht. Dabei soll das Merkmal Farbe die zwei Variationen rot und grün, das Merkmal Stoff die zwei Variationen Holz und Eisen besitzen. Die Masse der Kugeln ist hinsichtlich des Merkmals Stoff homogen, wenn in ihr ebensoviel Holz- wie Eisenkugeln enthalten sind. Besteht die Masse zur Hälfte aus roten, zur Hälfte aus grünen Kugeln, so ist sie hinsichtlich des Merkmals Farbe homogen. Homogenität hinsichtlich beider Merkmale bei getrennter Betrachtung derselben besteht, wenn alle vier Eigenschaften, nämlich Holz, Eisen, rot, grün, in gleicher Menge vertreten sind. Dies ist bei vorliegender Masse möglich, da beide Merkmale in der Anzahl ihrer Variationen übereinstimmen. Finden sich in der Masse die roten und grünen Holzkugeln sowie die roten und grünen Eisenkugeln allesamt in gleicher Menge vor, so ist die Masse für die verbundene Betrachtung der beiden Merkmale homogen. Von 12 Kugeln müssten dann sein drei rote Eisenkugeln, drei rote Holzkugeln, drei grüne Eisenkugeln und drei grüne Holzkugeln. Da in einer solchen Masse aber sechs Eisenkugeln, sechs rote Kugeln und sechs grüne Kugeln auftreten, ist sie nicht homogen für die gleichzeitig getrennte und verbundene Betrachtung der beiden Merkmale. Doch wäre diese Homogenität möglich, wenn sich die Variation grün nur mit der Variation Eisen und die Variation rot nur mit der Variation Holz verbänden oder sich nur zwei von den an sich vier denkbaren Variations-

kombinationen verwirklichten. Darum sind rot-Holz und grün-Eisen zwei Variationen des Merkmals Farbe-Stoff. Mit diesen Begriffserklärungen ist der Weg zur Erkenntnis frei.

Von der Grösse der Mannigfaltigkeit und der Homogenität einer statistischen Masse hängt ihre Eignung zur repräsentativen Untersuchung ab. Die Kollektive der Wahrscheinlichkeitsrechnung zeichnen sich zumeist durch grossen Umfang, geringe Mannigfaltigkeit und maximale Homogenität aus. Die Kugeln in der Urne sind zahlreich (grosser Umfang), sie besitzen eine geringe Mannigfaltigkeit (zwei Farben) und weisen eine maximale Homogenität auf (ebensoviel rote wie weisse Kugeln). Der Würfel ist homogen in seinen auf sechs Verschiedenheiten beschränkten Punktzahlen. Die Anzahl der Würfe geht in die Tausende. Ebenso ist es mit den Münzversuchen. Die Kombination aus grossem Umfang, maximaler Homogenität und geringer Mannigfaltigkeit verwirklicht die qualitative Beschaffenheit der Objekte, die der Ableitung der Wahrscheinlichkeitssätze zugrunde liegen.

Die repräsentative Methode, aufgebaut auf den Erkenntnissen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, kann mit Erfolg dort keinesfalls angewandt werden, wo die statistische Masse in Grösse, Mannigfaltigkeit und Homogenität von den Grundforderungen des wahrscheinlichkeitstheoretischen Kollektivs abweicht, zumindest eine analoge Beschaffenheit nicht mehr gewahrt ist.

Der praktische Statistiker muss die Masse von vornherein prüfen, ob überhaupt kleine oder grosse Häufigkeiten in ihr enthalten sein können. Nicht jede Masse grossen Umfangs ist wegen ihrer Grösse für die repräsentative Untersuchung geeignet. Die reine Zahlengrösse der Masse berücksichtigt nur ihre Quantität. Eine von ihr allein beeinflusste Auswahl hat nur quantitativen, nicht aber qualitativen Wert. Die Möglichkeit kleiner und grosser Häufigkeiten und den Grad der Homogenität muss man kennen, bevor man die für eine Eigenschaft als genügend erkannte Auswahl als für alle anderen Eigenschaften repräsentativ ansieht. Die Eignung einer Masse zur repräsentativen Bearbeitung überhaupt und die Bestimmung der Auswahlgrösse im besonderen hängen ab von der Qualität der Masse hinsichtlich aller der Eigenschaften, für die die Auswahl repräsentieren soll.

Bei jeder Repräsentativstatistik muss der Statistiker sich bewusst sein und bleiben, dass Ziel der sozialstatistischen Untersuchungen die Erkenntnis der Zusammensetzung der Masse hinsichtlich mehrerer Merkmale ist. Diese, in ihrem getrennten und verbundenen Vorkommen betrachtet, bewirken stets eine hohe Mannigfaltigkeit und das Fehlen der Homogenität. Der Rückschluss vom Teilergebnis auf das Ganze ist stets problematisch und bedarf einer genauen Prüfung. Unmöglich aber ist, die Übertragbarkeit der Erkenntnis aus dem Teil auf das Ganze hinsichtlich solcher Merkmale, die am Anfang der Untersuchung gar nicht Zweck derselben waren. Die repräsentative Kraft einer Auswahl ist um so geringer, je mehr Eigenschaften einer Masse Untersuchungszweck sind.

Unter dem besonderen Hinweis auf die Preisstatistik wendet man ein, dass in manchen Fällen eine Vollerhebung nicht möglich sei, repräsentativ

vorgegangen werden müsse. Liegt denn aber in der Preisstatistik nicht ein ganz anders beschaffenes Untersuchungsobjekt vor? Nur ein Merkmal eines Dinges wird in seinen Variationen erforscht. Variationskombinationen kommen gar nicht vor. Die Warenmengeeinheiten sind gewissermassen die Kugeln, die Preise die verschiedenen Farben. Und dazu ein weiterer logischer Unterschied. Der Preis ist eine mathematische Zahl, nicht eine statistische. Logisch besteht ein Unterschied zwischen der Feststellung: der Preis dieser Ware ist 10, und der Feststellung: in diesem Orte wohnen 1280 verheiratete Männer. Die erforschten Preise sind — seien es Kleinhandelspreise oder Grosshandelspreise — Durchschnittswerte, die sich nicht wesentlich ändern, wenn eine bestimmte Preishöhe in den nicht befragten Verkaufsstellen auch relativ öfter vorkommt als in den befragten Verkaufsstellen. Zweck der Untersuchung ist der Preis. Das Ergebnis der Ermittlung wird nicht für andere Erkenntnisse ausgewertet. Schon die Preisfeststellung bestimmter Sorten einer Ware erfordert ein genaueres Vorgehen des Statistikers. Die Zerlegung der Masse in die einzelnen Sortengruppen und die Prüfung des Umfangs dieser Gruppen ist notwendig. Erst dann kann festgestellt werden, ob nicht für eine der Sorten die Erfassung aller Händler und der von ihnen verlangten Preise zwecks Vermeidung grober Fehler erforderlich ist.

Überall, wo spezielle Erkenntnisse über eine Erscheinung insbesondere des mannigfaltigen Wirtschaftslebens gefordert werden, ist die repräsentative Untersuchungsmethode wegen der ihr anhaftenden Oberflächlichkeit nur nach genauester Prüfung und Überlegung anzuwenden. Die repräsentative Methode ist in der sozialen Statistik, auf die wir uns in diesen Ausführungen beschränkt haben, nur unter starken Einschränkungen der Erkenntnis anwendbar. Da aber der Verzicht auf spezielle Erkenntnisse der Wirtschaft nicht möglich ist und gerade die Statistik als Grundlage der Wirtschaftsführung verwendet werden kann und muss, wird wichtigstes methodisches Vorgehen des Statistikers die Vollerhebung bleiben, die nur in sachlich geeigneten Fällen durch die repräsentative Methode ersetzt werden kann. Aus finanziellen Gründen das Repräsentativverfahren zu begünstigen, geht stets auf Kosten der Wahrheit der Erkenntnis.
