

Der „bereinigte“ Geburtenüberschuss

Ein Beitrag zur Messung der Fortpflanzungskraft der schweizerischen Bevölkerung

Von Arthur Linder, Bern

Die Hauptfrage, welche die Bevölkerungsstatistik beantworten muss, lautet: Welches ist das wahre Verhältnis zwischen der Fruchtbarkeit und der Sterblichkeit einer Bevölkerung? Wir sind noch weit davon entfernt, auf diese Frage eine genaue und erschöpfende Antwort geben zu können.

Die gestellte Frage eindeutig zu umschreiben und gleichzeitig einen Weg zu ihrer Beantwortung aufzuzeigen, ist der Zweck der folgenden Zeilen. Sachlich haben wir dabei dem Bevölkerungsstatistiker wenig Neues zu bieten, da das meiste, was wir zu sagen haben, dem aufmerksamen Leser der neueren mathematisch-statistischen Literatur geläufig ist. Wir werden indessen versuchen, die mathematische Formelsprache zu vermeiden. Durch unsere Art der Behandlung des Problems werden sich vielleicht auch dem Kenner des Gebietes einige unerwartete Ausblicke ergeben. Die theoretischen Ausführungen habe ich durch eine Berechnung über die Fortpflanzungskraft der schweizerischen Bevölkerung in den Jahren um 1930 ergänzt.

I. Fruchtbarkeit und Sterblichkeit

Am einfachsten bestimmt man das Verhältnis zwischen Fruchtbarkeit und Sterblichkeit, indem man die Geburtenüberschussziffer berechnet. Dem Statistischen Jahrbuch der Schweiz für das Jahr 1932 entnehmen wir (S. 53):

Mittlere Wohnbevölkerung 4 100 000.

	Grundzahlen	Auf 1000 Einwohner
Geborene	68 650	16,7
Sterbefälle	49 911	12,1
Geburtenüberschuss	18 739	4,6

Bekanntlich eignen sich die Geburten- und Sterbeziffern nicht zu Vergleichszwecken. Wir wollen hier nicht darauf eingehen, wie man durch Berechnung von Alterssterbeziffern und Standardisierung die örtliche, zeitliche und sachliche Vergleichbarkeit der Sterbeziffern wenigstens zum Teil herstellen kann. Am

besten berechnet man die Sterbenswahrscheinlichkeiten für jedes Altersjahr und aus ihnen die Absterbeordnung.

Die Fruchtbarkeit einer Bevölkerung ist ebenfalls vom Altersaufbau abhängig. Weiter ist sie abhängig von der Zivilstandsgliederung, da die eheliche und die aussereheliche Fruchtbarkeit stark voneinander abweichen. Die Zivilstandsgliederung ist ihrerseits das Ergebnis der Heiratshäufigkeit, der Scheidungshäufigkeit und der Sterblichkeit der Ledigen, Verheirateten, Verwitweten und Geschiedenen.

Die Geburtenüberschussziffern lassen sich also nur dann vorbehaltlos zu Vergleichen benutzen, wenn der Altersaufbau, die Zivilstandsgliederung, die Heiratshäufigkeit, die Scheidungshäufigkeit usw. für die Vergleichsbevölkerungen gleich sind, was in Wirklichkeit sehr selten der Fall ist.

Damit ist erst gesagt, dass die Geburtenüberschussziffer sich zu Vergleichszwecken im allgemeinen nicht eignet. Noch nicht entschieden ist indessen, ob sie zur Beurteilung des Verhältnisses zwischen Sterblichkeit und Fruchtbarkeit taugt.

In diesem Zusammenhange ist es wichtig, sich folgendes klarzumachen: Die Geburtenüberschussziffer von 4,6 im Jahre 1932 darf nicht so ausgelegt werden, als ob die Bevölkerung, wenn in ihr dauernd die gleiche Sterblichkeit und Fruchtbarkeit herrschen würden, nun Jahr für Jahr um 4,6 auf Tausend zunähme. Dies ist schon deshalb nicht zu erwarten, weil in der Bevölkerung, von welcher wir ausgehen, die Jahrgänge im Alter unter 15 Jahren infolge des Geburtenrückganges schwächer vertreten sind als die darauffolgenden höheren Jahrgänge. Mit dem Nachrücken der untersten Jahrgänge in das zeugungsfähige Alter wird, da wir die Fruchtbarkeit als gleichbleibend voraussetzen, zwangsläufig ein Sinken der Geburtenzahlen eintreten. Gleichzeitig werden die stärker besetzten Jahrgänge in die Alter mit grösserer Sterblichkeit aufrücken, so dass sich dadurch die Sterbeziffer erhöhen wird. Beides zusammen kann eine Verkleinerung der Geburtenüberschussziffer bewirken.

Die Geburtenüberschussziffer sagt also nichts darüber aus, wie sich die Bevölkerung bei unverändertem Fortbestehen der gegenwärtigen Sterblichkeit und Fruchtbarkeit entwickeln würde. Um über das wahre Verhältnis zwischen der gegenwärtig wirkenden Sterblichkeit und Fruchtbarkeit sicher urteilen zu können, muss man zusehen, wie sich unsere Bevölkerung bei unverändertem Wirken der heutigen Fruchtbarkeit und Sterblichkeit entwickeln würde. Eine andere Möglichkeit, in die wahren Zusammenhänge des Bevölkerungswachstums Einblick zu erhalten, gibt es nicht.

Das Zusammenspiel der Kräfte, die das Bevölkerungswachstum bewirken, kann nur richtig überschaut werden, indem man die Kräfte sich auswirken lässt und das Ergebnis rechnerisch so genau wie möglich zu ermitteln versucht.

Die Aufgabe, das wahre Verhältnis zwischen Sterblichkeit und Fruchtbarkeit zu finden, ist so zurückgeführt auf die Aufgabe, den Verlauf der Bevölkerungszahl zu ermitteln, wenn die Anfangsbevölkerung, die (unveränderliche) Sterblichkeit und die (ebenfalls unveränderliche) Fruchtbarkeit gegeben sind.

II. Die Nachkommenschaft einer Bevölkerungsgruppe

Die Theorie des Bevölkerungswachstums ist durch Alfred J. Lotka entscheidend gefördert worden. Wir wollen uns zunächst Schritt für Schritt mit einem grundlegenden Satz vertraut machen, den wir bezeichnen als

Satz von Lotka:

Gegeben ist eine Bevölkerung mit beliebigem Altersaufbau, wobei wir uns auf die weibliche Bevölkerung beschränken, da diese für die Vermehrung allein in Frage kommt. Gegeben sind ferner Sterbenswahrscheinlichkeiten für jedes Altersjahr und die Wahrscheinlichkeit für eine Frau bestimmten Alters, im Verlaufe des nächsten Altersjahres ein Mädchen zu gebären. Irgendeine solche Bevölkerung wird nach genügend langer Zeit entweder gleich gross bleiben oder in stets gleichbleibendem Verhältnis anwachsen oder abnehmen. Der Altersaufbau bleibt in allen diesen drei Fällen unverändert.

An diesem Satze ist bemerkenswert, dass trotz der ganz beliebigen Zusammensetzung der Anfangsbevölkerung und trotz der beliebigen Sterbens- und Geburtswahrscheinlichkeiten als Ergebnis immer nur drei Fälle möglich sind: Unveränderliche, im gleichen Verhältnis anwachsende oder im gleichen Verhältnis abnehmende Bevölkerung. Vorausgesetzt ist immer, dass die einmal gewählten Wahrscheinlichkeiten unverändert beibehalten werden.

1. Einige einfache Beispiele

Betrachten wir zunächst einen ganz einfachen Sonderfall. Wir nehmen an, die Bevölkerung, von der wir ausgehen, bestehe aus 10 000 nulljährigen weiblichen Lebewesen. (Die Ausführungen können auf alle möglichen «Bevölkerungen» bezogen werden, man braucht dabei nicht nur an menschliche Bevölkerungen zu denken; es kann sich um irgendwelche Lebewesen handeln, die sich vermehren und sterben.)

Das Absterben dieser Gesamtheit erfolge so, dass von den

	10 000 Nulljährigen
nach einem Jahre	7 500,
nach zwei Jahren	5 000,
nach drei Jahren	2 500,
und nach vier Jahren	0 Überlebende vor-

handen sind. Über die Fruchtbarkeit treffen wir ebenfalls eine sehr einfache Annahme: Auf 7500 einjährige Lebewesen mögen 10 000 weibliche Nachkommen entfallen. In allen andern Altern werden keine Nachkommen geboren. Verfolgen wir nun das Schicksal einer derartigen Bevölkerung im Verlaufe einiger Jahre! Der Einfachheit halber beginne die Zeitrechnung mit dem Jahre 1. Die Ergebnisse fassen wir in folgender Tabelle zusammen.

Beginn des Jahres	Überlebende des Geburtenjahrganges								Gesamt- bevöl- kerung
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8. usw.	
1	10 000								10 000
2	7 500	10 000							17 500
3	5 000	7 500	10 000						22 500
4	2 500	5 000	7 500	10 000					25 000
5	0	2 500	5 000	7 500	10 000				25 000
6		0	2 500	5 000	7 500	10 000			25 000
7			0	2 500	5 000	7 500	10 000		25 000
8				0	2 500	5 000	7 500	10 000	25 000
9					0	2 500	5 000	7 500 usw.	25 000
10						0	2 500	5 000	25 000
11							0	2 500	25 000
12								0	25 000
usw.									usw.

Zu Beginn des ersten Jahres haben wir nach Annahme nur die 10 000 Nulljährigen. Zu Beginn des zweiten Jahres haben wir ausser den 10 000 Nulljährigen der zweiten Generation noch die 7500 Einjährigen der ersten Generation. Nach vier Jahren ist bereits der sogenannte Beharrungszustand erreicht. Die Bevölkerung besteht von da an stets aus 25 000 Einzelwesen. Die Altersverteilung bleibt andauernd die gleiche. Sie entspricht zudem genau dem vorausgesetzten Absterbe-gesetz. Der Satz von Lotka gilt also in diesem Falle. (Genau genommen müsste noch festgelegt werden, ob die Erneuerung und das Absterben der Gesamtheit schlagartig auf Beginn oder Ende jedes Jahres oder gleichförmig über das Jahr hin verteilt zu erfolgen hat. Da der wesentliche Kern unserer Überlegungen durch derartige Festsetzungen nicht berührt wird, begnügen wir uns hier mit der etwas ungenaueren, nicht in alle Einzelheiten bestimmten Ausdrucksweise.)

Es lohnt sich, diese Beispiele vollständig zu durchdenken. Durch das Zusammenspiel des Absterbens und der Erneuerung wird aus einem Bestande von Nulljährigen schliesslich eine Bevölkerung, in der alle Alter entsprechend der Absterbeordnung vertreten sind.

Wir gehen nun einen Schritt weiter, indem wir für die Sterblichkeit ebenso einfache Annahmen treffen wie vorhin, die Vermehrung indessen soll nicht auf ein Alter zusammengedrängt sein, sondern in zwei aufeinanderfolgenden Altersjahren geschehen.

Beginn des Jahres	Überlebende	Weibliche Geborene
1.	12 000	0
2.	9 600	9 600
3.	2 400	2 400
4.	0	0

Wir verfolgen wiederum einen Bestand von Nulljährigen. Zu Beginn des dritten Jahres haben wir zunächst 2400 Geborene, die von den Überlebenden der Ausgangsgesamtheit herrühren. Dazu müssen wir noch jene hinzuzählen,

die von den zu Beginn des zweiten Jahres Geborenen abstammen. Und so für alle weiteren Jahre.

Beginn des Jahres	Überlebende des								Gesamt- bevöl- kerung
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8. usw.	
1	12 000								12 000
2	9 600	9 600							19 200
3	2 400	7 680	10 080						20 160
4	0	1 920	8 064	9 984					19 968
5		0	2 016	7 987	10 003				20 006
6			0	1 997	8 002	9 999			19 998
7				0	2 001	7 999	10 000		20 000
8					0	2 000	8 000	10 000	20 000
9						0	2 000	8 000 usw.	20 000
10							0	2 000	20 000
11								0	20 000
usw.									usw.

Auch hier ist erstens (vom achten Jahre hinweg) die Bevölkerungszahl stets gleich gross und entspricht zweitens die Altersgliederung genau dem AbsterbeGesetz und bleibt unverändert.

Dass mit der Zeit dieser Beharrungszustand eintreten muss, erkennt man durch folgende Überlegung:

a) Die Zahl der Geborenen des dritten Geburtenjahrganges ist kleiner als die des ersten und grösser als die des zweiten. Zu den 7680 Geborenen, die von den Überlebenden des zweiten Geburtenjahrganges herrühren, kommen 2400 von den Überlebenden des ersten Geburtenjahrganges Geborene. Und die Summe ist grösser als die Differenz 9600—7680, also ist die Zahl der Geborenen des dritten Geburtenjahrganges grösser als die des zweiten. Sie ist kleiner als die des ersten, weil zu den 2400 von den Überlebenden des ersten Geburtenjahrganges herrührenden Geborenen noch 7680 vom zweiten Geburtenjahrgange abstammende Geborene hinzukommen. 7680 ist kleiner als 12 000—2400 und daher ist auch die letzte Behauptung bewiesen.

Durch gleiche Überlegungen zeigt man allgemein, dass die Zahl der Geborenen irgendeines Jahres zwischen denen der beiden Vorjahre liegt. Die Zahlen der Geborenen rücken also immer näher zusammen und bleiben schliesslich auf einem festen Werte stehen.

b) Da von einem bestimmten Zeitpunkt hinweg die Zahl der Geborenen stets gleichbleibt, wird auch die Zahl der Ein- und Zweijährigen unverändert bleiben und damit auch der Gesamtbestand.

2. Allgemeiner Fall

In einer menschlichen Bevölkerung sterben und vermehren sich die Lebewesen nicht in so einfacher und schematischer Weise, wie wir in den Beispielen des vorigen Abschnittes annahmen. Wie liegen hier die Dinge?

Von der Absterbeordnung werden wir einzig voraussetzen, dass die Zahl der Überlebenden stets abnehme, was in Wirklichkeit immer zutrifft. Um die

Gedanken etwas festzulegen, nehmen wir an, es seien von 10 000 Nulljährigen nach 100 Jahren alle weggestorben.

Die Fruchtbarkeit sei bis zum Alter 15 gleich Null, steige dann rasch an bis zu einem Maximum im Alter 28, um bis zum Alter 50 wieder auf Null abzusinken. Bis zu Ihrem Aussterben (oder genauer: bis zum Alter 50) sollen die zu Beginn vorhandenen 10 000 weiblichen Nulljährigen wiederum 10 000 weibliche Nachkommen gezeugt haben.

Wir richten unser Augenmerk zunächst auf die Zahl der Geborenen. In den ersten 15 Jahren werden nach unseren Annahmen keine Geburten vorkommen. Daraufhin wird die Zahl der Geborenen sehr rasch zunehmen und im Jahre 28 ihren Höhepunkt erreichen. In diesem Zeitpunkt wird die Zahl der Geborenen indessen kleiner sein als die Ausgangsgesamtheit der Nulljährigen, die wir mit 10 000 annahmen, weil diese insgesamt nur 10 000 Kinder haben werden, die in den Jahren 16 bis 49 geboren werden, also verteilt auf 33 Jahre.

Nach dem Jahre 28 fällt die Zahl der Geborenen rasch ab. In den Jahren zwischen 30 und 50 setzen bereits die Geburten aus der zweiten Generation ein, nämlich von Müttern, die in den Jahren 15 bis 35 geboren wurden. Die Zahl der Geborenen wird also nicht mehr bis auf Null abnehmen; sie wird schon vor dem Jahre 50 wieder zunehmen.

Die Zunahme der Geburtenzahl wird bis zum Jahre 56 anhalten, um von dort an wieder in eine Abnahme umzubiegen.

Die Frauen der Ausgangsgeneration gebären ihre Kinder in den Jahren 16 bis 49. Die zweite Generation erzeugt die dritte in den Jahren 32 bis 98. Die zweite Generation entsteht also in einem Zeitraum von 33 Jahren, die dritte in 66 Jahren. Da die zweite wie die erste Generation 10 000 Personen umfasst, was auch für jede weitere Generation zutrifft, verläuft die Geburtenkurve der dritten Generation flacher als die der zweiten. Das im Jahre 56 erreichte Maximum ist also kleiner als das des Jahres 28.

Nach dem Anschwellen der Geburtenzahl folgt in den Jahren nach 56 ein Absinken, bis durch das Einsetzen der Geburten der vierten Generation wiederum der Anstieg beginnt. Das Tief, welches nach dem Jahre 56 erreicht wird, ist weniger ausgeprägt als das nach dem Jahre 28 eingetretene.

Die Geburtenzahl verläuft, im ganzen betrachtet, so, dass sie im Jahre 15 anzusteigen beginnt, ein erstes Maximum im Jahre 28 erreicht, absinkt und wieder ansteigt bis zu einem zweiten Maximum und so in einer Wellenbewegung auf und ab schwingt. Diese Wellenbewegung ist gedämpft. Das zweite Maximum ist niedriger als das erste, das dritte niedriger als das zweite usw.; das zweite Minimum ist höher als das erste, das dritte höher als das zweite usw. Mit der Zeit wird sicher ein Beharrungszustand erreicht, in welchem fortgesetzt die gleiche Zahl von Kindern zur Welt kommt.

Die Zahl der Geborenen verläuft in einer langsam abklingenden Wellenbewegung. Da die Absterbeordnung als unveränderlich vorausgesetzt wird, gilt der wellenförmige, gedämpfte Verlauf auch für die Bestände jeder Altersklasse. Infolgedessen wird auch die Gesamtbevölkerung in ähnlicher Weise zuerst abnehmen, dann wieder zunehmen, dann wiederum abnehmen usw., also in

Die Geburtenzahl irgendeines Jahres beträgt drei Viertel der Zahl des Vorjahres. Das gleiche gilt für die Überlebenden jeden Alters. Vom fünften Jahr hinweg ist auch die Gesamtbevölkerung stets um ein Viertel kleiner als im Vorjahr.

Übertragen wir dies auf allgemeinere Verhältnisse: die Absterbeordnung erstrecke sich über 100 Jahre (im übrigen sei sie beliebig) und die Fruchtbarkeit setze im 16. Altersjahre ein, erreiche im Alter 28 den Höhepunkt, um bis ins Alter 50 wieder auf Null abzunehmen.

Reicht die Fruchtbarkeit nicht zur Bestandserhaltung hin, so werden die Neugeborenen irgendeiner Generation stets im gleichen Verhältnis hinter der Zahl der Neugeborenen der vorhergehenden Generation zurückbleiben. Da die Geburtenkurven der aufeinanderfolgenden Generationen immer flacher verlaufen, wird schliesslich auch die Geburtenzahl eines Jahres stets um einen gleichen Bruchteil hinter der Geburtenzahl des Vorjahres zurückbleiben. Dann werden auch die Bestände irgendeiner Altersklasse in zwei aufeinanderfolgenden Jahren im stets gleichen Verhältnis stehen und daher auch die Gesamtbevölkerung. Der Altersaufbau bleibt fortdauernd unverändert. Er entspricht aber nicht der Absterbeordnung; die unteren Alter sind schwächer vertreten als in der Absterbeordnung.

Ähnlich liegen die Dinge, wenn die Fortpflanzung grösser ist als zur Bestandserhaltung nötig ist. In diesem Falle werden die Geburtenzahlen, die Altersklassenbestände und die Gesamtbevölkerung zweier aufeinanderfolgender Jahre stets im gleichen Verhältnis zueinander stehen, bei unverändertem Altersaufbau, in welchem die jüngeren Alter stärker vertreten sind als in der Absterbeordnung.

3. Die Fortpflanzungskraft der schweizerischen Bevölkerung im Jahre 1932

Um ein Urteil über die Fortpflanzungskraft der schweizerischen Bevölkerung zu gewinnen, haben wir uns folgender statistischer Grundlagen bedient:

1. Für die Beurteilung der Sterblichkeit zogen wir die schweizerische Sterbetafel für Frauen 1929—1932 bei, die uns das Eidgenössische Statistische Amt in verdankenswerter Weise zur Verfügung stellte.

Die Fruchtbarkeitsziffern für das Jahr 1932 habe ich wie folgt ermittelt:

2. Im Heft 51 der Statistischen Quellenwerke der Schweiz ist auf Seite 25 das Alter der Mütter der ehelich Lebendgeborenen durch nachstehende Tabelle wiedergegeben:

Altersjahre der Ehefrauen	Ehelich Lebendgeborene
15—24	12 582
25—29	21 878
30—34	17 963
35—39	9 537
40—44	3 179
45—49	294
<hr/> 15—49	<hr/> 65 433

3. Die eidgenössische Statistik hat die 2856 im Jahre 1932 ausserehelich Lebendgeborenen nicht nach dem Alter der Mütter ausgezählt. Ich habe mir so geholfen, dass ich die Angaben des Statistischen Amtes der Stadt Zürich über das Alter der Mütter der ausserehelich Lebendgeborenen in der Stadt Zürich auf die schweizerische Gesamtzahl übertrug.

4. Der Gesamtbestand aller Frauen (am 1. Dezember 1930) ist im Statistischen Jahrbuch der Schweiz 1932 auf S. 15 nach fünfjährigen Altersklassen angegeben.

Die Verteilung der unter 2. und 3. genannten Zahlen auf die einzelnen Altersjahre habe ich durch Ausgleichung nach der Methode von King gefunden. Ihre Summe habe ich zu den unter 4. erwähnten Zahlen, die ebenfalls nach King ausgeglichen und auf einzelne Altersjahre verteilt wurden, ins Verhältnis gesetzt. Als Ergebnis der Berechnung erhielt ich nachstehende Zahlen, die angeben, wieviele Mädchengeburten auf 10 000 Frauen jeden Altersjahres entfallen.

Fruchtbarkeitsziffern für die schweizerische Bevölkerung 1932
(Weibliche Lebendgeborene auf 10 000 Frauen)

Alter	Fruchtbarkeits- ziffer	Alter	Fruchtbarkeits- ziffer
16—17	2	32—33	522
17—18	13	33—34	489
18—19	59	34—35	449
19—20	120	35—36	402
20—21	189	36—37	355
21—22	253	37—38	310
22—23	316	38—39	268
23—24	379	39—40	225
24—25	453	40—41	182
25—26	528	41—42	144
26—27	590	42—43	110
27—28	630	43—44	80
28—29	640	44—45	56
29—30	619	45—46	25
30—31	588	46—47	16
31—32	555	47—48	8
		48—49	5

Die Summe dieser Fruchtbarkeitsziffern beträgt 9580. Diese Zahl lässt sich so deuten: Bei Ausserachtlassung der Sterblichkeit würden von 10 000 Neugeborenen nicht wiederum 10 000, sondern bloss 9580 weibliche Nachkommen gezeugt. Da durch die Sterblichkeit die Zahl der Frauen, die ins gebärfähige Alter gelangen, verkleinert wird, werden in Wirklichkeit von 10 000 weiblichen Neugeborenen nicht 9580, sondern noch weniger Mädchen abstammen. Die Berechnung ergibt, dass auf 10 000 weibliche Lebendgeborene in der zweiten Generation nur noch 8443 entfallen. Diese Tatsache wird etwa auch so aus-

gedrückt, dass man sagt, der Reproduktionskoeffizient (R_0) betrage 0,84. Ein Reproduktionskoeffizient $R_0 = 1$ gibt demnach an, dass sich die Bevölkerung gerade zahlenmässig zu erhalten vermag. Ist R_0 grösser 1, so nimmt die Bevölkerung zu, ist R_0 kleiner 1, so nimmt sie ab.

Die Fruchtbarkeit der schweizerischen Bevölkerung reichte also nicht hin, um den Bevölkerungsbestand auf die Dauer zu erhalten. Nach dem Satz von Lotka wird sich, falls die gleichen Fruchtbarkeits- und Sterblichkeitsverhältnisse unverändert bestehen würden, einmal ein Zustand herausbilden, in welchem sich die Bevölkerung Jahr für Jahr um den gleichen Betrag verkleinern würde. Wie gross ist bei einem Reproduktionskoeffizient von 0,84 die jährliche Abnahme der Bevölkerung in jenem hypothetischen Endzustand? Die mathematische Theorie, die zur Beantwortung dieser Frage zu Rate gezogen werden muss, ist nicht sehr einfach. Die zahlenmässige Berechnung dagegen ist nicht schwierig. Sie führt in unserem Beispiel zum Ergebnis, dass die Bevölkerung Jahr für Jahr um 5,5 auf Tausend abnehmen würde.

Man nennt die nach dem Satz von Lotka eintretenden Zustände der Bevölkerungsvermehrung entweder stationär oder stabil. Stationär dann, wenn der Reproduktionskoeffizient gleich 1 ist und in den übrigen Fällen stabil. Die stabile Bevölkerung, die zu den im Jahre 1932 in der Schweiz festgestellten Fruchtbarkeits- und Sterblichkeitsverhältnissen gehört, nimmt innerhalb Jahresfrist immer um 5,5 auf Tausend der Anfangsbevölkerung ab. Berechnet man, wie gross in dieser stabilen Bevölkerung der Überschuss der Sterbeziffer über die Geburtenziffer ist, so ergibt sich eine Zahl von 5,7 auf Tausend der mittleren Bevölkerung.

Wir haben eingangs festgestellt, dass im Jahre 1932 in der Schweiz ein Geburtenüberschuss von 4,6 auf 1000 Einwohner ermittelt wurde. Anhand der Sterbetafel 1929—1932 und der Fruchtbarkeitsziffern für 1932 haben wir berechnet, dass ein Bestand von 100 weiblichen Nulljährigen nur 84 weibliche Nachkommen erzeugen würde. In der zugehörigen stabilen Bevölkerung beträgt der Überschuss der Sterbeziffer über die Geburtenziffer 5,7 auf Tausend der mittleren Bevölkerung. Der Geburtenüberschuss des Jahres 1932 täuscht also über den wahren Sachverhalt hinweg. Dieser Geburtenüberschuss ist nur noch da, weil unsere Bevölkerung unverhältnismässig viele im zeugungsfähigen Alter stehende Personen enthält.

III. Genauere Bestimmung der Fortpflanzungskraft einer Bevölkerung

Wir gehen nun dazu über, das Verfahren des vorangehenden Abschnitts zu verfeinern, indem wir die Wirkung der ehelichen und der ausserehelichen Fruchtbarkeit gesondert untersuchen. Zu diesem Zwecke ist es nötig, auf die Veränderungen des Zivilstandes und ihre statistische Erfassung etwas näher einzugehen.

Verfolgen wir einen Bestand von 10 000 weiblichen Lebendgeborenen bis alle gestorben sind! In den ersten 15 Jahren werden wir nur Todesfälle beobachten. Nachher nimmt der Bestand der Ledigen ausserdem durch Heiraten ab. Der

dadurch entstehende Bestand von Verheirateten wird nicht nur durch Todesfälle, sondern auch durch Verwitwungen und Scheidungen verkleinert. Er wird aber ausser durch Heiraten lediger Frauen auch durch Wiederverheiratung verwitweter und geschiedener Frauen zunehmen. Der Zu- und Abgang des Bestandes der verheirateten Frauen und der ledigen, verwitweten und geschiedenen Frauen kann durch die Berechnung von Übergangswahrscheinlichkeiten oder Übergangsintensitäten erfasst werden.

Die Frauen eines bestimmten Altersjahres lassen sich in die vier Zivilstandsgruppen aufteilen. Die Bestände nehmen aus folgenden Gründen zu oder ab:

	Bestand der Frauen			
	ledigen	verheirateten	verwitweten	geschiedenen
Zunahme				
Überlebende des vorangehenden Altersjahres . .	Ledige	Verheiratete	Verwitwete	Geschiedene
		Heirat von Ledigen Wiederheirat von Verwitweten und Geschiedenen	Verwitwung von Verheirateten	Scheidung
Abnahme				
Todesfälle von . .	Ledigen	Verheirateten	Verwitweten	Geschiedenen
	Heirat von Ledigen	Verwitwung und Scheidung von Verheirateten	Wiederverheiratung von Verwitweten	Geschiedenen

Die verschiedenen Übergangswahrscheinlichkeiten sind von Ney für die schweizerische Bevölkerung und den Zeitraum 1901—1910 berechnet worden. Prof. Friedli hat daraus die entsprechenden Übergangsintensitäten hergeleitet. Es wäre sehr verdienstlich, wenn das Eidgenössische Statistische Amt diese Berechnungen etwa für die Jahre 1929—1932 erneut durchführen würde. Zweifellos haben sich die Verhältnisse seit der Vorkriegszeit verändert.

Mittels der erwähnten Wahrscheinlichkeiten liesse sich berechnen, wieviel von 10 000 weiblichen Neugeborenen nach x Jahren ledig, wieviele verheiratet, verwitwet und geschieden wären.

Falls auch die Fruchtbarkeit für die verschiedenen Zivilstandsgruppen gesondert festgestellt würde, wäre es ein leichtes, die Nachkommenschaft eines Bestandes von 10 000 Neugeborenen zu ermitteln. Auch in diesem Falle kann man zeigen, dass bei unverändert bleibenden Übergangswahrscheinlichkeiten, unverändertem Absterbeagesetz und gleichbleibender Fruchtbarkeit der Satz von Lotka immer noch gilt. Es sei nur darauf hingewiesen, dass die Überlegungen, die wir zur Erläuterung dieses Satzes angestellt haben, ohne weiteres bestehen bleiben.

Die statistische Beobachtung der Fruchtbarkeit liesse sich noch weiter treiben, indem ausserdem berücksichtigt würde:

- a) die Kinderzahl,
- b) die Ehedauer und
- c) der Altersunterschied der Ehegatten.

Wir begnügen uns mit der Andeutung der Fragen, die noch statistisch zu lösen sind. Auch bei Berücksichtigung all der Umstände, welche die Fruchtbarkeit wesentlich beeinflussen, liesse sich immer noch der Satz von Lotka anwenden, den man etwa so verallgemeinern könnte:

Verallgemeinerter Satz von Lotka. Gegeben ist eine Bevölkerung mit beliebigem Altersaufbau und beliebiger Zivilstandsgliederung. Für jede Frau kenne man ausserdem Kinderzahl, Ehedauer und Altersunterschied der Ehegatten. Gegeben sind die Absterbeordnungen für die vier Zivilstandsgruppen, die Heiratswahrscheinlichkeiten und die Scheidungswahrscheinlichkeiten. Gegeben sind ferner die Wahrscheinlichkeiten, dass eine Frau bestimmten Alters, bestimmter Ehedauer und bestimmter Kinderzahl bei gegebenem Altersunterschied der Ehegatten, im nächsten Altersjahre ein Mädchen gebiert. Jede solche Bevölkerung wird nach genügend langer Zeit entweder gleich gross bleiben oder in stets gleichem Verhältnis anwachsen oder abnehmen, wobei Altersaufbau, Zivilstandsgliederung und Verteilung der Familien nach Kinderzahl, Ehedauer und Altersunterschied der Ehegatten unverändert bleiben.

IV. Schlussbemerkungen

Aus den verfügbaren statistischen Ausweisen über die Sterblichkeit und die Fruchtbarkeit der schweizerischen Bevölkerung kann mit Sicherheit geschlossen werden, dass die Fruchtbarkeit nicht genügen würde, um auf die Dauer unseren Bevölkerungsbestand zu erhalten.

Eine genauere Bestimmung der Fortpflanzungskraft unserer Bevölkerung wird erst dann möglich sein, wenn die eidgenössische Bevölkerungsstatistik soweit ausgebaut ist, dass sie Aufschluss gibt über:

- a) die Zivilstandsänderungen,
- b) die Sterblichkeit nach Zivilständen,
- c) die Fruchtbarkeit, abgestuft nach Zivilständen und Kinderzahl, Ehedauer und Altersunterschied der Ehegatten.

Vorausberechnungen über die künftige Entwicklung einer Bevölkerung lassen sich nur auf Grund von Annahmen über die voraussichtlichen Veränderungen der Fruchtbarkeit und der Sterblichkeit anstellen. Über diese Fragen kann man sich ein sicheres Urteil nur bilden, wenn man Klarheit über die gegenwärtige Fruchtbarkeit und Sterblichkeit gewonnen hat.

Benützte Schriften:

1. Sharpe, F. R. und Lotka, A. J.: A problem in age distribution. *Phil. Mag.*, 1911, Bd. 21, S. 435—438.
2. Dublin, L. I. und Lotka, A. J.: On the true rate of natural increase as exemplified by the population of the United States, 1920. *Jl. Amer. Stat. Assoc.*, September 1925, Vol. XX, S. 305—339.

3. Lotka, Alfred J.: *Elements of Physical Biology*. Baltimore, Williams and Wilkins Company, 1925. 460 S.
4. Lotka, Alfred J.: The progeny of a population element. *Amer. Jl. of Hygiene*, 1928, Bd. 8, S. 875—901.
5. Lotka, Alfred J.: The spread of generations. *Human biology*, Vol. I, September 1929, S. 305—320.
6. Dublin, L. I., und Lotka, A. J.: The true rate of increase of the population of the United States. Revision on the basis of recent data. *Metron*, Vol. VIII, 1930, S. 107—119.
7. Böckh, Richard: Die statistische Messung der ehelichen Fruchtbarkeit. *Bull. Inst. Int. de Stat.*, V, S. 159—187.
8. v. Bortkiewicz: Die Sterbeziffer und der Frauenüberschuss in der stationären und in der progressiven Bevölkerung. *Bull. Inst. Int. de Stat.*, XIX, 1912.
9. Rahts, Joh.: Methodisches zur Frage der Menschenvermehrung. *Allg. Stat. Arch.*, XIX, 1929, S. 484—490.
10. Landsberg, Otto: Die Eigenschaften der stabilen Bevölkerung. *Deutsch. Stat. Zentralblatt*, 1931, Heft 3, S. 67—72.
11. Landsberg, Otto: Die Messung des natürlichen Wachstums der Bevölkerung. *Allg. Stat. Arch.*, Bd. 23, 1933, S. 93—98.
12. Landsberg, Otto: Zur Berechnung der Eheschliessungsziffer. XXII^e Session de l'Inst. Int. de Stat., Londres, 1934, 9 S.
13. Paulinus, Gottfried: Prolegomena zu einer Bevölkerungsprognose. *Diss. phil.*, Leipzig, 1934.
14. Kuczynski, R. R.: The balance of births and deaths. Vol. I. Western and Northern Europe. New York, 1928. Vol. II. Eastern and Southern Europe. Washington 1931.
15. Kuczynski, R. R.: Fertility and reproduction. Methods of measuring the balance of births and deaths. New York, Falcon Press, 1932. 94 S.
16. Friedli, Werner: Intensitätsfunktion und Zivilstand. Beiträge zu einer Theorie der unabhängigen und zusammengesetzten Ordnungen. *Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker*, 21. Heft, 1926, S. 25—90.

In den Arbeiten von Lotka und von Bortkiewicz wurde die mathematische Theorie der stationären und stabilen Bevölkerungen entwickelt. Besondere Erwähnung verdient das unter 3. aufgeführte Buch, das anregend die vielseitige Anwendung der Theorie in den verschiedensten Wissenschaften vorführt. Die Dissertation von Paulinus gibt einen guten Überblick über einige wichtige Arbeiten aus diesem Gebiet der Bevölkerungsstatistik. In 14. stellt Kuczynski Reproduktionsziffern für eine ganze Reihe von Ländern zusammen, wobei die Schweiz nicht vertreten ist. In 15. sind die mathematischen Ansätze der Autoren Lotka und Bortkiewicz klar dargestellt und an Beispielen ausführlich erläutert. In 16. wird die richtige Berechnung der im Abschnitt III erwähnten Übergangswahrscheinlichkeiten und ihre Zusammensetzung gelehrt.
